

РЕЛАКСАЦИОННЫЙ АЛГОРИТМ ВЫБРАННОГО КООРДИНАТНОГО СПУСКА ДЛЯ ОЦЕНКИ АНОМАЛЬНЫХ СТРУКТУР В ОБЛАСТИ ГЕОТЕРМАЛЬНЫХ СТАНЦИЙ*

Смагличенко Т.А.¹, Якоби В.Р.², Смагличенко А.В.³, Чигарев Б.Н.¹, Саянкина М.К.¹

¹Институт проблем нефти и газа РАН

Россия, г. Москва, ул. Губкина 3

tasmaglichr@gmail.com

²Институт наук о Земле, Университет Йоханнеса Гутенберга

Германия, г. Майнц

³Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН,

Россия, г. Москва, ул. Профсоюзная д.65

Аннотация: Для контроля подземной среды в зонах промышленных объектов разработан алгоритм метода вычитания выбранных компонент, отличительная черта которого в предлагаемом способе задания начального приближения. Результаты применения анализируются в области электростанций на северо-востоке Исландии, где в 1976 г. произошло разрушительное землетрясение.

Ключевые слова: метод координатного спуска, индуцированная сейсмичность, геотермальные станции, гравиметрическая разведка.

Введение

Планирование строительства объектов топливно-энергетической промышленности, их эффективное функционирование предполагает необходимость комплексного анализа и постоянного контроля подземной среды. Быстрые принятия плановых решений, несвоевременное реагирование на проблему могут привести к авариям, бедствиям, экономическим ущербам. Компьютерная томография способна оценивать глубинную конфигурацию неоднородностей геологической среды, её ключевые особенности, которые определяют безопасность объектов, а также связанных с их расположением населённых пунктов. Она включает современные прикладные технологии, базирующиеся на фундаментальных методах алгебраической инверсии.

Многолетний опыт по применению методов в самых различных областях выявил, что итерационный подход является достаточно приемлемым, последовательно определяя приближения к наиболее точному решению, избегая сложных матричных вычислений, привлекая только ненулевые элементы больших и разреженных матриц. Не только традиционные методы, такие как метод Качмажа [1] или метод координатного спуска, вариант которого исследуется в этой статье, являются итерационными. Широко используемый алгоритм LSQR сочетает прямой и итерационный этапы решения [2].

В настоящей работе мы концентрируем внимание на инновационном варианте метода координатного спуска. В отличие от общепринятого построения решения в направлении градиента, дающего локальный экстремум функции наименьших квадратов [3], рассматриваемая технология вычитания выбранных компонент [4] настроена на выбор направления локального минимума этой функции для отдельной компоненты неизвестного вектора. Это обстоятельство делает метод привлекательным не только с точки зрения математической теории, но и со стороны возможных его приложений к контрастным средам, визуализации как отдельно выделяющихся структур, так и соседствующих контрастов, изучаемых в самых различных практически важных областях науки.

Другая немаловажная черта метода вычитания выбранных компонент – в свободе выбора начального приближения. По сравнению с LSQR, который стартует только от нулевого начального приближения и целиком настроен на понижение нормы решения в смысле наименьших квадратов, данный метод допускает изменение компонент начального приближения. И это немаловажное обстоятельство. Так, в [5] был проведён численный эксперимент, согласно которому подходящее начальное приближение позволило восстановить самую сложную модель крупномасштабной неоднородности, окружённой контрастным неоднородным полем. В данном исследовании мы представляем базовый и релаксационный алгоритмы выбранного координатного спуска, использующие разные начальные приближения. Релаксационный алгоритм начинает вычислительный процесс с ненулевого приближения, полученного с привлечением знаний из других

* Исследование выполнено в рамках проектов Минобрнауки России № АААА-А19-119013190038-2, №10.331-17

дисциплин. Это отличает предлагаемый способ решения от общепринятых вариантов метода координатного спуска, задающих начальное приближение, следуя принципам теории вероятности [3].

Мы анализируем применение релаксационного алгоритма к сейсмическим данным в области на северо-востоке Исландии, где в 1974 г. началось бурение скважин для строительства геотермальной электростанции Крафла [6]. К югу от электростанции Крафла была расположена другая действующая с 1969 г. электростанция Бьярнарфлаг [7]. В 1975 г. после буровых работ начался почти девятилетний период, в течение которого близлежащий вулкан Крафла претерпел многочисленные явления «вздутий» и сжатий своей поверхности из-за изменения давления на подземное магматическое тело. В 1976 г. в районе, связанном с вулканической системой Крафла, произошло землетрясение Копаскер, вызвавшее повреждения домов, расколы причального сооружения в прибрежном поселении Копаскер. В статье мы представляем томографические изображения скорости распространения продольной сейсмической волны, которые получены для района землетрясения по наблюдениям вступлений волн от локальных событий, произошедших в течение 1986-1989 гг. после окончания периодических «вздутий» магмы в течение 1975-1984 гг. и извержения вулкана Крафла в 1985 г. Отметим, что небольшие «вздутия» поверхностной магмы продолжались до 1989 г.

Мы полагаем, что понимание особенностей выявленных структур позволит нам приблизиться к ответу на следующий вопрос. Спровоцировало ли бурение скважин электростанции Крафла землетрясение Копаскер? Проведённое исследование может быть полезным для областей, в которых планируется бурение скважин с целью последующей работы топливно-энергетических или других объектов промышленности.

1 Релаксационный алгоритм выбранного координатного спуска

Первостепенную важность для любого численного метода имеет параметр разрешения, который отражает близость получаемой компоненты решения к наиболее точному решению, обладающему свойством минимальной нормы в смысле метода наименьших квадратов. Часто вычисления характеризуются не только плохим разрешением, но и в принципе плохими показателями статистических характеристик нормы, отвечающей за уменьшение погрешности получаемых оценок от итерации к итерации. В таких случаях предлагается заменить нулевое начальное приближение на ненулевой вектор. Эта идея не является новой в практике исследований, когда информация о ненулевой компоненте может быть предоставлена сразу на начальном этапе по проверенным, видимым из прямых наблюдений данным в рамках той или иной дисциплины. Мы предлагаем другой подход, а именно связать получаемое инверсионное решение для определения изучаемого физического объекта с достоверной информацией, которая может быть предоставлена из других областей исследований.

1.1 Базовый алгоритм метода вычитания выбранных компонент

Пусть нам известны матрица A , полученная для заданных параметров модели, и вектор b , элементы которого включают значения физических измерений и соответствуют строкам матрицы. Для определения неизвестного вектора x минимизируется квадратичная функция:

$$\min_x \|Ax - b\|^2. \quad (1)$$

Положим $i = 0$ и выберем в качестве начального приближения вектор x^0 , все компоненты которого равны нулю. Следующие шаги определяют базовый алгоритм метода, описанного в [4]:

1. Для индекса $k \in \{1, 2, \dots, K\}$, где K - размерность вектора x вычисляем:

$$\beta_k = -\frac{(Ax^i - b, Ae_k)}{(Ae_k, Ae_k)}, \quad (2)$$

здесь e_k - единичный вектор, соответственно Ae_k - k -ый столбец матрицы A .

2. Для определения направления минимального значения (1) согласно методу вычитания выбранных компонент вычисляем:

$$d_k = \frac{(Ax^i - b, Ae_k)^2}{(Ae_k, Ae_k)}. \quad (3)$$

3. Выбираем индекс k^* из условия $\max_k d_k$ и вычисляем текущее приближение x^{i+1} :

$$x^{i+1} = x^i + \beta_{k^*} e_{k^*}, \quad (4)$$

4. Вычисляем вектор $Ax^{i+1} - b$ и оцениваем среднеквадратичную погрешность решения.
5. Если значение погрешности больше предела, установленного исследователем с учетом анализа используемых измерений, то переходим к пункту 6. В противном случае, процесс вычислений завершается.
6. $i = i + 1$. Возвращаемся к п.1.

1.2 Разработанный алгоритм задания ненулевого начального приближения

Известно, что скорость сходимости итерационных методов, точность получаемых решений зависит от параметров задаваемой модели. Что представляют собой эти параметры? Если мы решаем задачу сейсмической томографии, то это размеры геологических блоков, в которых определяются интересующие нас характеристики среды; распределение сейсмических лучей в блоках; число полученных измерений, их качество и т.д. Все эти факторы влияют на численный вид матриц и векторов и соответственно, на то, насколько успешно будет проходить численный процесс. Однако не всегда исследователь может изменить параметры модели, так как он находится в рамках уже проведенного физического эксперимента. Например, приемники сейсмических сигналов, исходящих от источников в море, могут быть размещены только на берегу, так как донные станции дорогостоящи и имеют свои особенности использования. Это означает, что распределение лучей фиксировано при таких условиях. Часто случается, что, работая с соответствующими разреженными матрицами и векторами, отвечающим ошибочным наблюдениям, на первых шагах итерации получаются далеко не приемлемые показатели эффективности вычислений. Погрешность решения на начальном этапе решения может слабо отличаться от конечного результата, полученного в результате многочисленных итераций. В таких случаях предлагается не ограничиваться проведенными экспериментами, а прибегать к дополнительной информации, которая известна об исследуемом регионе. Одним из видов такой информации могут быть данные гравиметрической разведки. Получив значения компонент неизвестного вектора алгебраической системы для сейсмической томографии, можно проанализировать, не противоречат ли эти значения гравиметрическим аномалиям. Источником знаний о среде могут быть также магнитные аномалии, определённые в результате магнитной съёмки, данные электроразведки и другие. При решении систем уравнений, возникающих в других областях, например, в биологии, дистанционном зондировании и т.д. типы априорной информации могут быть утверждены, детально рассматривая их специфику и надёжность практического применения для исследуемого объекта.

Сопоставляя вычисленные приближения с независимой информацией, полученной из других источников наблюдений, мы утверждаем более робастные, то есть те, которые предположительно могут обеспечить улучшение статистических показателей погрешности решения. Предлагаемый алгоритм можно описать следующей последовательностью шагов.

Положим $i = 0$ и на начальном этапе в качестве начального приближения вектор x^0 , все компоненты которого равны нулю:

1. Применяем пп.1-6 базового алгоритма (см. секцию 1.1). После i -ой итерации определяем компоненты неизвестного вектора x^i .
2. Для каждой компоненты вектора x^i находим значения параметров разрешения $R(k)$:

$$R_k = 1.0 - \frac{(Ax^i - b, Av_k)^2}{\|Ax^i - b\|^2}, \quad (5)$$

где Av_k нормированный вектор-столбец матрицы A .

3. Выбираем значения компонент k^* , для которых $R(k^*)$ близко к 1.0.
4. Для выбранных компонент сравниваем значения $x_{k^*}^i$ с данными наблюдений, экспериментов из других дисциплин.
5. Оставляем только те компоненты \hat{k} , которые отвечают наиболее интерпретируемым значениям.

6. Формируем ненулевое начальное приближение: вектор, все компоненты которого равны нулю за исключением компонент \hat{k} , значения которых были вычислены согласно п.1 и удовлетворяют условию п. 3.
7. Для сформированного ненулевого вектора начального приближения заново запускаем базовый алгоритм вычислений: пп.1-6 (секция 1.1).

2 Применение алгоритма для выявления структур в регионе бурения скважин

Индукцированная сейсмичность является важным аспектом современных исследований, направленных на защиту окружающей среды от последствий человеческой деятельности. Так, например, в 2018 г. бурение всего лишь одной геотермальной скважины 6.1 км глубиной на территории Хельсинского университета, Финляндия вызвало рой ощутимых землетрясений с малыми магнитудами в диапазоне глубин, близком к глубине бурения [8]. Устойчивый рост сейсмичности в течение многих лет сопровождается бурением термальных скважин с глубинами в диапазоне 2.46-4.43 км в районе Тоскана, Италия [9]. Подобных примеров в различных районах мира много. Они касаются не только проблем использования геотермальных полей, но и деятельности, связанной с добычей углеводородов, гидроразрывами пластов для добычи газа, закачкой сточных вод, закачкой газа в подземные хранилища [10].

Ниже мы приводим сейсмическую структуру, полученную в результате решения системы алгебраических уравнений, использующей данные землетрясений малых магнитуд 1986-1989 гг., зарегистрированных временно расставленными сейсмическими станциями на северо-восточном побережье Исландии. Таким образом, была просвечена подземная область, включающая район бурения скважин электростанции Крафла, которая расположена вблизи вулкана Крафла на севере Исландии. Несмотря на то, что контроль сейсмичности в 2018-2019 гг. показал, что закачка воды в скважины гидротермальной станции Крафла не вызывает ощутимых сейсмических событий [11], тем не менее факт возникновения одного из самых сильных землетрясений Копаскер 13 января 1976 г. после бурения первых скважин при строительстве гидротермальной станции Крафла, начатом в 1974, имеет место. Землетрясение силой 6,4 балла нанесло серьезный ущерб зданиям и прибрежным строениям поселения Копаскер.

2.1 Ненулевое начальное приближение на основе гравиметрической информации

Сейсмические данные, как правило, представлены в виде цифровых каталогов, содержащих сведения об источниках и приёмниках сейсмических волн, полученных после автоматической обработки наблюдаемых сейсмограмм. Гравитационные данные также являются результатом обработки измерений, зарегистрированных гравиметрами на исследуемых территориях, но часто трансформируются в наглядные графики. Визуализация аномалий сил тяжести на графиках позволяет с большой вероятностью утверждать присутствие возмущающихся геологических масс внутри Земли, а решение обратных задач позволяет установить месторасположение, оценить форму геологических неоднородностей, вычислить их плотностные характеристики.

Мы использовали взаимосвязь скорости прохождения сейсмической волны в породе с плотностью породы. Полученные значения вектора сейсмической скорости сравнивались с гравиметрической информацией (пп. 2-4 разработанного алгоритма). Выборочный порог для параметра разрешения $R(k)$ был равен 0.7, т.е. выбирались компоненты вектора x^i , для которых $R(k) \geq 0.7$. Для диапазона глубин 0-5 км по данным геологоразведочных работ на северо-востоке Исландии вторым автором данной статьи были определены координаты, ограничивающие расположение возмущающихся геологических тел и вычислены значения плотности для обозначенных координат. Соответствующие компьютерные программы осуществляли выборки, сопоставляя координаты, для которых были найдены сейсмические скорости с координатами, которые ограничивали возмущающиеся массы внутри Земли. Проводился анализ по корреляции численных значений скорости и значений плотности. Таблица 1 иллюстрирует значения погрешности решения, среднеквадратичное отклонение δ вектора $Ax^i - b$ до применения алгоритма, то есть при нулевом начальном приближении и после при проведении расчетов с заданием нового ненулевого начального приближения.

Таблица 1. Среднеквадратичная ошибка решения для алгоритмов выбранного координатного спуска

Название алгоритма	Стартовое значение δ	Конечное значение δ
Базовый алгоритм	0.244	0.23
Релаксационный алгоритм	0.235	0.18

2.2 Найденные скоростные аномалии региона и их связь с землетрясением

Рассматривая район Копаскер, мы имеем в виду как окрестности поселения Копаскер, так и окружение эпицентра разрушительного землетрясения Копаскер 1976 г., которое по оценкам [12] произошло в нескольких километрах к юго-западу от поселения на глубине 33 км. По нашим сведениям, значение глубины все ещё остается предметом обсуждения среди сейсмологов Исландии.

Рисунок 1-а иллюстрирует вытянутую вулканическую систему Крафла (красный цвет) и сплошные линии трещин вдоль этой системы по данным совместных исследований Геологического института РАН (Россия) и университета Акурейри (Исландия) [13]. С помощью программы GMT и с использованием данных ASTER GDEM v.2 (продукт METI и NASA) обозначен рельеф местности, нанесены береговая линия, расположения электростанций Крафла (Kr) и Бьярнарфлаг (Bf) (треугольники белого цвета), вулкана Крафла (квадрат белого цвета), эпицентр землетрясения Копаскер (круг белого цвета, обведённый сплошной линией) и поселение Копаскер (Кор) (треугольник чёрного цвета). Рисунок 1-б показывает построенное изображение сейсмических структур в диапазоне глубин 0-5 км. Низкоскоростные и высокоскоростные аномальные зоны соответствуют оттенкам белого и серого цвета. Гипоцентры локальных землетрясений обозначены чёрными кружками.

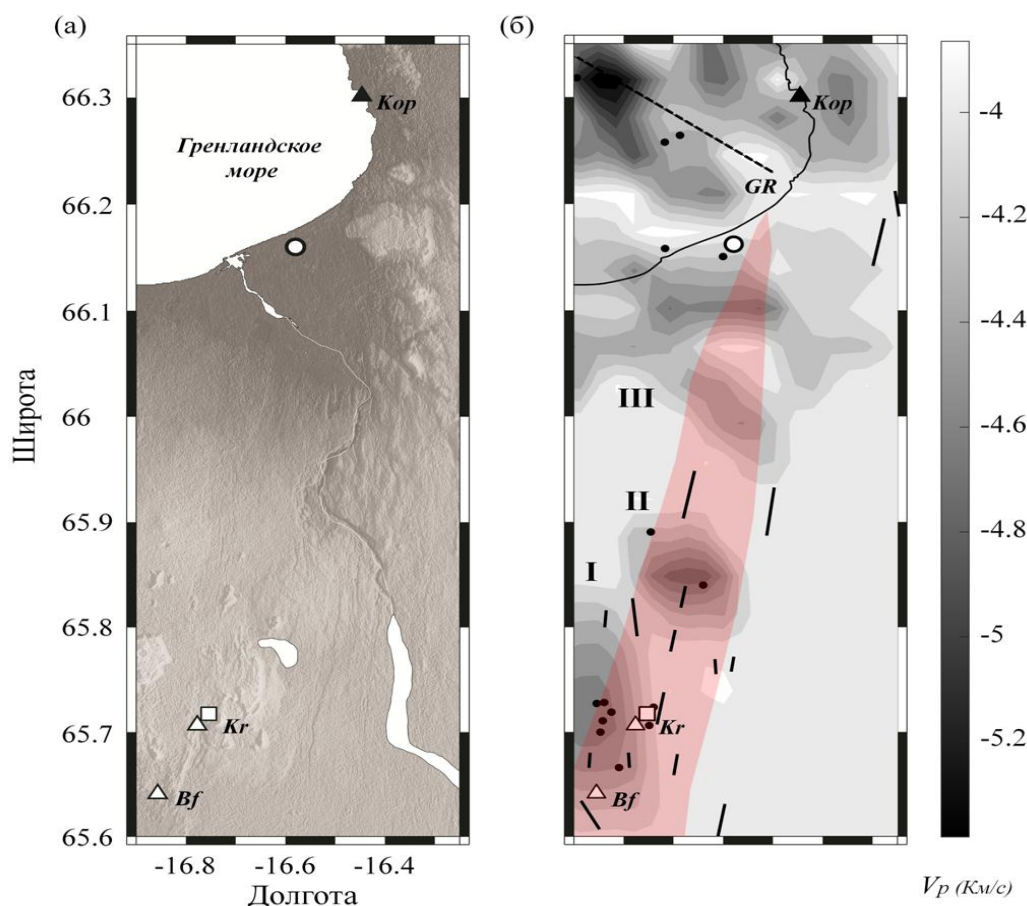


Рис. 1. (а) Карта рельефа изучаемого региона. (б) Результат вычислений, представленный в виде аномальных отклонений сейсмической скорости V_p от средней в диапазоне глубин 0-5 км

Внутри вулканической системы Крафла мы выявили три высокоскоростных зоны: I – к западу от кратера вулкана и электростанции Крафла; II – внутри вулканической системы в северном направлении от вулкана Крафла; III – обширная кольцевая зона, расположенная в низменности

близко к береговой линии, имеющая пересечения с вулканической системой Крафла в виде высокоскоростных блоков.

Важно отметить, что эпицентр землетрясения Копаскер расположен между двумя скоростными контрастами: высокоскоростным блоком зоны III и низкоскоростной зоной, вытянутой вдоль береговой линии, усиливающейся своим контрастом в области юго-восточного сегмента Гримси (GR). Гипоцентры всех локальных событий на данной глубине также расположены на границе контрастов. Закономерность попадания гипоцентра на границу высоких и низких скоростей была ранее установлена при томографическом исследовании гипоцентра землетрясения Оникобе 1996 г. с магнитудой 5.9 (северо-восточная Япония) по результатам применения метода вычитания выбранных скоростных аномалий [5]. Такое расположение гипоцентра согласуется с более детальным томографическим просвечиванием с привлечением донных станций в области землетрясения Хидака 1970 г., магнитуда 6.7 (район Хоккайдо, Япония) при использовании общеизвестного алгоритма LSQR [14].

Согласно [15], эксплуатация геотермальных полей могла стать катализатором процессов деформации в области вулкана Крафла, что послужило началом магматической активности. Мы полагаем, что выявленная плотная высокоскоростная зона I вблизи вулкана сдерживала его извержение, и многолетние «вздутия» магмы и её опускания имели место. Отметим, что затянувшийся период выхода лавы на поверхность привёл к трудностям при эксплуатации электростанции Крафла. Вулканический газ попадал в резервуар, оказывая влияние на качество пара [7].

Особенностью геологической структуры между локальной областью вулкана Крафла и районом Копаскер является присутствие трещин, обозначенных линиями чёрного цвета на Рис.1-б. По данным [16] происходило вторжение магмы в рой этих трещин. Образовывались дайки, возвышения магмы, которая выходила на поверхность через трещины. Причем эти дайки по исследованию [17] имели больше региональное распространение, чем локальное в области вулкана. Предполагается, что магматические корни достаточно глубоки на большом расстоянии от кратера [15]. Одна из существующих версий возникновения землетрясения Копаскер в том, что глубокие магматические возмущения внутри коры могли быть причиной образования очага. Детальный анализ полей накопления напряжений в земной коре показал, что с вероятностью 60-90% землетрясение могло быть вызвано огромной дайкой в рое трещин в непосредственной близости к вулкану Крафла [18]. То есть, землетрясение Копаскер могло быть индуцированным из-за бурения скважин Крафла. Авторы [18] также проанализировали сценарий тектонических напряжений вдоль разлома Гримси.

Что показывают наши результаты? Контрастная низкоскоростная зона вблизи эпицентра отчётливо расширяется к юго-восточному сегменту разлома Гримси, ооконтурив его вдоль линии разлома. Это означает более вероятную возможную связь очаговой зоны с подвижками вдоль тектонических плит, за который ответственен данный разлом. Если рассматривать сценарий магматических даек, то согласно построенным нами изображениям до глубины 15 км высокоскоростные блоки вблизи эпицентра Копаскер задерживают распространения трещин к северу до 10 км глубины. В диапазоне глубин 10-15 км скорости приближены к средним. Ниже 15 км просветить среду нет возможности из-за ограничения используемых данных. Если предположить, что магматические корни глубже, то 10 км слой выявленной плотной породы мог стать причиной накопления напряжений на большой глубине, но разрядка этих напряжений вряд ли бы происходила вдоль трещин, которые, возможно, блокируются этой породой. Поэтому мы полагаем, что причина возникновения землетрясения Копаскер в большей степени связана с тектоникой, подвижкой плит вдоль разлома Гримси в Гренландском море. И, таким образом, бурение скважин электростанции Крафла имело не основное влияние на возникновение очага землетрясения Копаскер. В то же время очевидным является то, что бурение нельзя было проводить в непосредственной близости к вулкану. Опыт показал, что вулканический газ от процессов «вздуваний» магмы приостановил работу станции и нанес экономический ущерб [7].

Немаловажно заметить, что согласно нашему результату поселение Копаскер окружено высокоскоростными аномалиями, то есть достаточно плотными структурами, без присутствия которых разрушения могли быть значительно больше.

Заключение

Мы разработали алгоритм метода вычитания выбранных компонент, который основан на релаксации, допущении того, что сопоставление определяемого физического параметра системы алгебраических уравнений с информацией из других смежных областей исследования поможет улучшить эффективность вычислений. На примере сейсмического параметра и гравиметрической информации, которая была включена в вычислительный процесс путем использования ненулевого начального приближения, мы показали, что погрешность решения системы может быть меньше, чем при применении базового алгоритма метода.

Практическое применение релаксационного алгоритма и анализ томографических изображений области, включающей буровые работы и функционирование геотермальных электростанций, приводят нас к выводу о необходимости предварительного изучения подземных структур, их комплексного анализа не только в пределах локальной площади бурения скважин для топливно-энергетических объектов, но и на крупномасштабном региональном уровне. Планирование мест бурения должно иметь строгое научное обоснование с точки зрения проведённых междисциплинарных исследований.

Литература

1. Nutini J., Sepehry B., Laradji I., Schmidt M., Koepke H., Virani A. Convergence Rates for Greedy Kaczmarz Algorithms, and Randomized Kaczmarz Rules Using the Orthogonality Graph // Conference on Uncertainty in Artificial Intelligence. New York City: USA, 2016. – ID: 77.
2. Paige C.C., Saunders M.A. LSQR: an algorithm for sparse linear equations and sparse least squares // ACM Trans. Math. Soft. Vol. 8. 1982, №1. – P.43-71.
3. Wright S. J. Coordinate descent algorithms // Mathematical Programming. Vol. 151. 2015, № 1. – P.3-34.
4. Smaglichenko T.A., Jacoby W., Smaglichenko A.V. Alternative 3D Tomography Methods and Their Applications to Identify Seismic Structure Around the Hydrothermal Gas Field // Proceedings of 2020 Eleventh International Conference "Management of large-scale system development" (MLSD). Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), 2020. – Paper id: 9247697.
5. Smaglichenko T.A., Nikolaev A.V., Horiuchi S., Hasegawa A. The method for consecutive subtraction of selected anomalies: the estimated crustal velocity structure in the 1996 Onikobe (M = 5.9) earthquake area, northeastern Japan // Geophys. J. Int. Vol. 153. 2003. – P.627-644.
6. <https://www.mannvit.com/projects/krafla-geothermal-power-plant/>
7. Развитие геотермальной энергетики и исследования в Исландии: Пер. с исланд. – Рейкьявик: Национальный Энергетический Комитет и Министерство промышленности и торговли Исландии, 2007. – 39с.
8. Ader T., Chendorain M., Free M., Saarno T., Heikkinen P., Malin P.E. et al. Design and implementation of a traffic light system for deep geothermal well stimulation in Finland // Journal of Seismology. Vol. 24. 2020, № 5. – P. 991-1014.
9. Braun T., Dahm T., Krüger F., Ohrnberger M. Does geothermal exploitation trigger earthquakes inTuscany? // Eos Transactions American Geophysical Union. Vol. 97. 2016.
10. Grigoli F., Cesca S., Priolo E., Rinaldi A.P., Clinton J.F., Stabile T.A., Dost B., Fernandez M.G., Wiemer S., Dahm T. Current challenges in monitoring, discrimination, and management of induced seismicity related to underground industrial activities: A European perspective // Rev. Geophys. Vol. 55. 2017. – P. 310-340.
11. Blanck H., Agustsdottir Th., Agustsson K., Gunnarsson K. Seismic Monitoring in Krafla, Námafjall and Peistareykir. November 2018 to November 2019. Iceland GeoSurvey, ÍSOR-2020/003, 2020. – 22p.
12. https://www.ngdc.noaa.gov/nndc/struts/results?eq_0=4707&t=101650&s=13&d=22,26,13,12&nd=display
13. Гентнер А.Р. Вулканогенно-осадочный литогенез в наземной рифтовой зоне Исландии. – М.: ГЕОС, 2014. – 236с.
14. Murai Y., Katsumata K., Takanami T., Watanabe T., Yamashina T. Cho I., Tanaka M., Azuma R. Seismic velocity structure in southern Hokkaido deduced from ocean-bottom seismographic and land observations // Japan Geoscience Union Meeting. 2019. – SSS12-02.
15. Sturkell E., Sigmundsson F., Geirsson H., Ólafsson H., Theodórsson T. Multiple volcano deformation sources in a post-rifting period: 1989–2005 behaviour of Krafla, Iceland constrained by levelling, tilt and GPS observations // Journal of Volcanology and Geothermal Research. Vol. 177. 2008, № 2. – P. 405-417.
16. Heimisson E., Einarsson P., Sigmundsson F., Brandsdottir B. Kilometer scale Kaiser-effect identified in Krafla volcano, Iceland // Geophysical Research Letters. Vol. 42. 2015, № 19. – P. 7958-7965.
17. Hjartardóttir Á.R., Einarsson P., Bramham E. et al. The Krafla fissure swarm, Iceland, and its formation by rifting events // Bulletin of Volcanology. Vol. 74. 2012. – P. 2139-2153.
18. Passarelli L., Maccaferri F., Rivalta E. et al. A probabilistic approach for the classification of earthquakes as ‘triggered’ or ‘not triggered’ // Journal of Seismology. Vol. 17. 2013. – P. 165-187.