

ФОРМАЛИЗАЦИЯ ОПИСАНИЯ ПРОСТРАНСТВА СВОЙСТВ И ПРОСТРАНСТВА СИТУАЦИЙ УПРАВЛЕНИЯ В СИТУАЦИОННЫХ МОДЕЛЯХ УПРАВЛЕНИЯ СЛОЖНЫМИ СИСТЕМАМИ.

Титов А.В.

Российский университет транспорта (МИИТ)

Россия, г. Москва, ул. Образцова, 9.

a.v.titov@mail.ru

Аннотация. Рассматривается вопрос моделирования ситуации управления в задачах разработки управленческого решения при ситуационном подходе к выработке управления. Ситуационный подход к принятию управленческого решения реализуется в моделях "ситуация -действие" и "ситуация-стратегия-действие". От адекватности оценки ситуации управления зависит эффективность принимаемого решения. Таким образом, применение ситуационного подхода к широкому классу объектов различной природы и разной степени сложности неизбежно ставит вопрос как о выборе методов описания ситуации управления, позволяющих проводить ее описание в максимально возможной полноте, так и совершенствования методов ее описания. Принципы оценки состояний объектов разной природы заложенные в синтетической квалиметрии и использования языков описания структур и язык теории категорий в математике позволяют определить путь решения этой задачи.

Ключевые слова: сложность, ситуация управления, формальный язык, модель, синтетическая квалиметрия, предикативное определение, математическая структура.

1 Введение

Предметом теории принятия решений являются методы, позволяющие разрабатывать методы и алгоритмы принятия решений на основе как количественной, так и качественной информации о состоянии объекта управления или ситуации управления. Это обстоятельство влечет разнообразие технологий оценивания и обработки информации, в частности необходимость использования экспертных технологий оценивания и получения информации.

Для развития и повышения эффективности методов теории принятия решений необходимо сформировать общую теоретическую базу, на основе которой могла бы осуществляться разработка формализованной теории принятия решений объектов управления сложной природы.

Общий подход к формальному описанию ситуации управления как центрального понятия моделей принятия решения при ситуационном подходе к принятию управленческого решения должен базироваться на анализе основных системных принципов формирования понятия "ситуация управления". Развитие форм описания и оценки ситуации управления должно опираться на математические методы описания пространств, отношений и мер на них, иными словами идти по пути описания системной иерархии пространств ситуаций управления различной природы и различной сложности. При этом необходимо развивать и средства формального описания самой категории "сложность". На сегодняшний день существуют различные подходы к определению этой категории. Однако в наибольшей полноте она рассмотрена в работах академика А.Н.Колмогорова и раскрывается в понятии "колмогоровская сложность" [1-4].

Развитие этого направления и как математической дисциплины и как средства адекватного описания задач прикладного характера предполагает синтез направлений развития современной математики, таких как теория гиперпространств, теория вероятности и теория алгоритмов, теория информации, образуя новое направление- теоретическую информатику.

И начальным шагом при использовании теории сложности в задачах управления, соответствующим логике принятия управленческих решений при ситуационном подходе может служить формирование инструмента (языка) формального описания пространств ситуаций управления. Для этого должен быть предложен инструмент описания "пространств свойств", которое является основой для построения оценочной системы и базы оценки, далее "пространства ситуаций управления" как гиперпространства над "пространством свойств". Должно быть проведено сопоставление топологических характеристик "пространства свойств" с основными системными принципами формирования ситуации управления и сформирована соответствующая алгебраическая структура с отношениями порядка и эквивалентности, определены виды мер оценки состояний ситуаций управления.

2 Формализованная моделей пространства свойств и пространства ситуаций управления

2.1 Ситуационный подход к принятию решения и ситуация управления

Среди множества подходов к принятию управленческих решений можно выделить ситуационный подход, который наиболее полно отражает проблемы, возникающие в управленческой деятельности и включает основные методы, связанные с принятием управленческих решений, используемые при применении других подходов [2].

При ситуационном подходе в технологии принятия управленческого решения можно выделить три этапа:

1. этап получения информации о ситуации и оценки состояния объекта управления (ситуации управления);
2. Этап формирования управленческого решения в форме модели "ситуация-действие" или "ситуация→ стратегия управления → действие".
3. этап принятия управленческого решения и анализа результатов.

При реализации ситуационного подхода главной проблемой является определение взаимосвязи между «ситуацией управления», в которой находится объект управления, и возможными управляющими воздействиями. При этом, искомые взаимосвязи должны быть выражены на определенном языке, выражения которого имеют однозначную интерпретацию. В идеале описание текущего состояние объекта управления однозначно определяет предпочтительное управляющее воздействие из данного класса управляющих воздействий. Однако, в ситуации управления сложными социально- экономическими объектами, когда состояние объекта управления описывается параметрами, оценка которых носит не только объективный, но и субъективный (экспертный) характер, такая строго детерминированная связь часто просто невозможна.

В общей постановке задачи ситуация управления характеризуется совокупностью факторов, по значениям которых, по определенным правилам вырабатываются управленческие решения. Необходимым условием адекватного описания ситуации управления является достоверность описания ситуации управления.

В общем случае ситуация управления может включать:

- цель управления;
- состояние объекта управления;
- ресурсы управления;
- состояние среды, в которой находится объект управления.

В настоящей работе принята атрибутивная точка зрения на описание ситуации управления, при которой ситуация управления описывается системой свойств, которые с формальной точки зрения рассматриваются как одноместные предикаты.

2.2. Модели пространства свойств и алгебры ситуаций управления .

Разработка формализованного описания пространств свойств и ситуаций управления как гиперпространства над пространством свойств опирается на методы и понятия универсальной алгебры и общей топологии .

Для формализации описания пространства ситуаций управления используется система языков метаклассификации (метаязыков), описанных в работе [5], и являющихся обобщением результатов ряда работ, осуществленных в этом направлении.

Среди всех выражений метаязыка классификации необходимо выделить те, которые могут быть интерпретированы семантически как свойства и ситуации управления.

На следующем этапе на основе анализа определений предиката, предикативного высказывания и одноместного предиката свойства могут рассматриваться как элементы области значений одноместных предикатов, которые принадлежат семейству выражений метаязыка классификации и перенумерованы предикатными символами.

Кроме предикатных символов язык, с помощью которого осуществляется описание пространства качеств, содержит логические связки C и D - символы конъюнкции и дизъюнкции, т.е. является упрощенным вариантом языка первого порядка.

В связи с тем, что рассматриваются не более чем счетные совокупности объектов (в том числе символов и выражений принятого языка), все рассматриваемые классы являются множествами.

Класс ситуаций управления вводится следующим определением.

Определение 2.1.

Множеством S ситуаций управления называется наименьшее из множеств выражений метаязыка классификации, такое что:

а) любое свойство w является элементом этого множества;

б) для любых s_1, s_2 из S , $C(s_1, s_2)$ и $D(s_1, s_2)$ также являются

элементами S , где $C(s_1, s_2)$ и $D(s_1, s_2)$ означают соответственно конъюнкцию и дизъюнкцию выражений s_1 и s_2 .

Далее, следуя определениям принятым в синтетической квалиметрии в отношении категории "качество" [5], "ситуацией управления" именуется класс имен объектов, описываемых одинаковой совокупностью свойств.

Существование непустого множества, отвечающего приведенному определению, вытекает из существования непустого множества W свойств. "Наименьшее" здесь понимается как наименьший элемент упорядоченной по включению совокупности множеств. Таким образом, S является пересечением множеств, отвечающих свойствам а) и б) определения 2.1.

Определение 2.2.

Класс ситуаций управления S называется "конъюнктивным" $\Leftrightarrow S$ наименьшее множество выражений метаязыка классификации такое, что:

а) любое свойство w принадлежит S ;

б) для любых s_1, s_2 из S , $C(s_1, s_2)$ также является элементом S .

Множество S ситуаций управления делается алгеброй ситуаций управления, перенумерованной множеством C_n , если определить операцию $C_n(s_1, s_2, \dots, s_n)$ ранга n как конъюнкцию выражений s_1, s_2, \dots, s_n (имен ситуаций управления).

Утверждение 2.1.

W - система образующих (базис) алгебры S .

Доказательство.

1) Пусть E - алгебра, для которой W является системой образующих, тогда E включено в S (т.к. S алгебра и W принадлежит ей).

2) Однако E удовлетворяет условиям определения 4.1., действительно:

а) любое w из W принадлежит E (по определению E).

б) для любых e_1, e_2 , $C(e_1, e_2)$ принадлежит E (так как это алгебра).

Но S - минимальное множество, удовлетворяющее этим свойствам \Rightarrow

S принадлежит E .

Из 1), 2) следует $S = E$.

Утверждение 2.2.

S - свободная алгебра с базисом W .

Доказательство.

Пусть $f: W \rightarrow S^*$, где S^* - алгебра, подобная S .

Введем продолжение f на S следующим образом: $f(C_n(w_1, w_2, \dots, w_n)) = C_n^*(f(w_1), f(w_2), \dots, f(w_n))$, где C_n^* - операция ранга n на S^* .

Отображение f является гомоморфизмом по способу построения, единственность его следует из того, что W является системой образующих алгебры S (доказательство см., например, в [68]).

Определение 2.3.

Будем говорить, что ситуация s_2 следует из s_1 ($s_1 \Rightarrow s_2$), если выполняется следующее условие.

Пусть $s_1 = C_n(s_1, s_2, \dots, s_n)$, тогда существует совокупность $(s_{i1}, s_{i2}, \dots, s_{im})$ элементов из (s_1, s_2, \dots, s_n) ($(s_{i1}, s_{i2}, \dots, s_{im}) \subseteq (s_1, s_2, \dots, s_n)$) такая, что $s_2 = C_m(s_{i1}, s_{i2}, \dots, s_{im})$.

Определение 2.4.

Отрезком $[s_1; s_n]$ в S будем называть множество (s_1, s_2, \dots, s_n) такое, что $s_1 \Rightarrow s_2 \Rightarrow \dots \Rightarrow s_n$ и для любого s , не принадлежащего (s_1, s_2, \dots, s_n) , неверно $s \Rightarrow s_i$ ни для какого s_i из (s_1, s_2, \dots, s_n) .

Введенные определения согласуются с принципами целостности и функционально - кибернетической эквивалентности изложенными в [78], если рассматривать ситуации управления как качества, в данном случае - качественное состояние объекта управления в среде, вместе с которой они составляют ситуацию управления, которая как определяемая свойствами может быть отнесена к категории "качество".

Определения 2.1 и 2.2 и принцип функционально - кибернетической эквивалентности согласуются с учением Плотина о двух родах качества. В соответствии с этим учением, качества делятся на

"сущностно - конструирующие" и чувственные, причем последние рассматриваются как акциденции (т.е. свойства, наличие которых не отражается на сущности объекта) [12;13].

Рассматриваемое далее формализованное описание процедур оценки ситуации управления относится к конъюнктивной модели, введенной определением 2.2. Сформулированные определения, на языке математической логики, представляют ситуацию управления как общее понятие, которое описывается совокупностью свойств, характеризующих подпадающие под него системы. Класс систем, обладающих этой характеристической совокупностью свойств, образует объем понятия. В предикативной форме объем ситуации управления s моделируется формулой: $s(x) = x : w_1(x), w_2(x), \dots, w_n(x)$, где $w_1(x), w_2(x), \dots, w_n(x)$, - одноместные предикаты, выражающие свойства, которыми описывается ситуация управления s .

3 Описание эталонных классов

Пусть $\langle X_1, X_2, \dots, X_n \rangle$ пространство признаков, определяющих состояние объекта управления (ситуацию управления), каждая точка этого пространства - ситуация управления, причем в общем случае значения признаков могут носить как числовой, так и вербальный характер. Будем считать, что управляющее воздействие *полностью* определяется ситуацией управления (при этом если есть другие факторы влияющие на выбор управляющего решения, например, *ресурсы управления, особенности системы управления и т.д.*), то они могут быть введены как через расширение размерности пространства признаков

Пусть множество $\{Э_i\}$ - совокупность эталонных классов, а $\{R_j\}$ -совокупность управленческих решений, тогда на первом этапе формирования классификационной модели принятия управленческого решения решается задача сопоставления каждому эталонному классу некоторого управленческого решения, т.е. устанавливается отображение

$$h: \{Э_i\} \rightarrow \{R_j\}$$

От отображения, в общем случае требуется лишь, что бы оно было сюръективным. Возможны ситуации, в которых оно не будет даже однозначным, т.е. не будет функциональным.

Если класс управленческих решений содержит небольшое количество альтернатив, то приведенное отображение может быть получено, например, на основе использования экспертных технологий и классификационного алгоритма вывода [5].

Пусть $\langle X_1, X_2, \dots, X_n \rangle$ пространство признаков, определяющих состояние объекта управления (ситуацию управления), каждая точка этого пространства - ситуация управления, причем в общем случае значения признаков могут носить как числовой, так и вербальный характер. Будем считать, что управляющее воздействие *полностью* определяется ситуацией управления (при этом если есть другие факторы влияющие на выбор управляющего решения, например, *ресурсы управления, особенности системы управления и т.д.*), то они могут быть введены как через расширение размерности пространства признаков

Ситуация управления описывается кортежем $\langle x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0 \rangle$, который является множеством как упорядоченная n -ка. Здесь $x_1^0 \in X_1, x_2^0 \in X_2, \dots, x_n^0 \in X_n$.

Будем считать, что управляющее воздействие *полностью* определяется ситуацией управления (при этом если есть другие факторы влияющие на выбор управляющего решения, например, *ресурсы управления, особенности системы управления и т.д.*), то они могут быть введены как через расширение размерности пространства признаков.

Если $R = \{r_i\}_{i=1}^n$ -множество управленческих решений ($i=1, n$), то в существующем предположении имеется отображение (сюръекция) $f: \langle X_1, X_2, \dots, X_n \rangle \rightarrow R$. Введем отношение \approx такое, что

$$\langle x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0 \rangle \approx \langle x_1^1, x_2^1, \dots, x_n^1 \rangle$$

$\Leftrightarrow f(x_1^1, x_2^1, \dots, x_n^1) = f(x_1^2, x_2^2, \dots, x_n^2)$, тогда отношение \approx -отношение эквивалентности. Образует фактор-множество

вида: $\langle X_1, X_2, \dots, X_n \rangle |_{\approx}$, элементы которого $\langle x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0 \rangle = \{ \langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle \mid \langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle \approx \langle x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0 \rangle \in \langle X_1, X_2, \dots, X_n \rangle \}$. Элементы построенного фактор-множества будем называть эталонными классами пространства $\langle X_1, X_2, \dots, X_n \rangle$ относительно отношения эквивалентности \approx .

Пусть множество $\{Э_i\}$ - совокупность эталонных классов, а $\{R_j\}$ -совокупность управленческих решений, тогда на первом этапе формирования классификационной модели принятия управленческого решения решается задача сопоставления каждому эталонному классу некоторого управленческого решения, т.е. устанавливается отображение

$$h: \{Э_i\} \rightarrow \{R_j\}$$

От отображения, в общем случае требуется лишь, что бы оно было сюръективным. Возможны ситуации, в которых оно не будет даже однозначным, т.е. не будет функциональным.

Если класс управленческих решений содержит небольшое количество альтернатив, то приведенное отображение может быть получено, например, на основе использования экспертных технологий и классификационного алгоритма вывода [6].

4 Формализация целевого пространства ситуаций управления на основе суперструктур

Для эффективного моделирования широкого спектра ситуаций управления теория должна строиться таким образом, чтобы она давала возможность описывать ситуации управления, которые характеризуются «набором свойств» из некоторого семейства или пространства свойств.

По аналогии с нестандартным анализом предположим, что есть некоторый набор индивидуальных свойств S , т.е. таких свойств, которые не являются множествами, т.е. не выражаются через другие свойства. Однако последнее положение может вызвать законные возражения, поскольку математические объекты могут рассматриваться как множества.

Предполагается, что имеется достаточно большое множество истинных индивидов J (урэлементов), о котором известно лишь, что они не являются множествами. Тогда можно взаимно однозначно вложить S в J (или его подмножество) и отождествить S с его образом в J .

Введенное в математике понятие суперструктуры, позволяет моделировать с помощью семейства S все свойства и строить пространства свойств и пространства объектов, определяемых через свойства.

Определение [7].

Для произвольного множества индивидов S определяется иерархия:

$$S_0 = S;$$

$$S_{i+1} = S_i \cup P(S);$$

$$\hat{S} = \cup S_i, i \in \mathbb{N}.$$

Тогда \hat{S} называется суперструктурой с индивидами S . Каждый элемент S является индивидом построенной суперструктуры а элементы из $\hat{S} - S$ – множествами суперструктуры \hat{S} . Поскольку пустое множество является полмножеством множества индивидов, то пустое множество элемент суперструктуры.

Определение.

Множество $A \subseteq \hat{S}$ называется транзитивным в \hat{S} , если $\forall x \in A, x \in S \vee x \subseteq A$.

Как показано в работе Девиса в суперструктуре верны следующие утверждения.

1. Множество A транзитивно в суперструктуре \hat{S} тогда и только тогда, когда $x \in (A-S) \wedge y \in A \Rightarrow x \in A$.

2. Каждое S_i транзитивно в \hat{S} .

3. Если $x_1, x_2, \dots, x_k \in \hat{S} - S$, то $x_1 \cup x_2 \dots \cup x_k \in \hat{S}$.

4. Если $x, y \in S_i$, то $\langle x, y \rangle \in S_{n+2}$

5. Если $x_1, x_2, \dots, x_k \in S_i$ и $n > 1$, то $\langle x_1, x_2, \dots, x_k \rangle \in S_{i+2k-2}$.

6. \hat{S} транзитивно в \hat{S} .

Определение

Подмножество U суперструктуры \hat{S} называется универсумом с индивидами S , если:

$$\emptyset \in U;$$

$$S \subseteq U;$$

если $x, y \in U$, то $\{x, y\} \in U$.

Лемма.

\hat{S} является универсумом с индивидами S .

Суперструктура \hat{S} называется стандартным универсумом с индивидами S .

При отождествлении индивидуальных свойств с семейством S и предположении, что объекты описываются в предикативной форме как это было сказано выше, в приведенной модели объекты оценки есть элементы из семейства $\hat{S} - S$. Точнее каждый объект оценки есть элемент из $x \in S_{i-1} - S$, если при этом $x \notin S_{i-1} - S$, то $x \in S_i - S_{i-1}$, т.е. является элементом «слоя» S_i . Это означает, что при формировании описания состояния объектов управления дерево показателей, которые описывают объект управления будет включать i - уровней.

Моделью пространства целей в служит тройка следующего вида:

$\{G, R, P\}$, где G - пространство состояний объектов управления, R – множество отношений порядка на пространстве G , P - множество отношений эквивалентности на пространстве P .

Пространство состояний объекта управления описывается системой заранее выбранных индикаторов состояния объекта управления индикаторов.

В соответствии с введенными ранее обозначениями $\forall g \in G \exists i$ такое, что $g \in S_i - S_{i-1}$.

В силу транзитивности множества $S_i \quad g \subseteq S_i - S_{i-1}$. При этом $g = (g_1, g_2, \dots, g_n)$, интенсивность каждого свойства g_i оценивается в шкале X_i таким образом состояние объекта оценки определяется как точка в $m(x_1, x_2, \dots, x_n)$ в n -мерном пространстве $X_1 \times X_2 \times \dots \times X_n$. В свою очередь если $\exists j$ такое, что свойство $g_i \in S_i - S$, то $g_i = (g_{i1}, g_{i2}, \dots, g_{im})$ и оценка свойства g_j есть точка $m_j(x_{j1}, x_{j2}, \dots, x_{jm})$ в пространстве $X_{j1} \times X_{j2} \times \dots \times X_{jm}$ и т.д.

Отношение порядка на пространстве G может устанавливаться на основе значений функции предпочтения $F(x_1, x_2, \dots, x_m)$, соответственно на подпространстве g_i с помощью функции предпочтения $F_i(x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{im})$ и т.д. при этом устанавливаются отношения предпочтения ($>$) и эквивалентности (\sim) такие, что $g' > g''$ тогда и только тогда, когда $F(x_1', x_2', \dots, x_m') > F(x_1'', x_2'', \dots, x_m'')$ и $g' \sim g''$ тогда и только тогда, когда $F(x_1', x_2', \dots, x_m') = F(x_1'', x_2'', \dots, x_m'')$. Легко проверить, что введенные таким образом отношения являются отношениями порядка и эквивалентности соответственно.

Свертка F значений показателей (x_1, x_2, \dots, x_n) может иметь различный вид и сами значения могут оцениваться в разных шкалах.

Управление при этом рассматривается как преобразование вида: $g^h \rightarrow g^k$, такое, что $g^h < g^k$, где g^h - начальное состояние объекта управления g^k - конечное. При этом $g^k = f(g^h, A, B)$ [19], где A - план действий, реализуемых для перехода из состояния g^h в состояние g^k , B - активные средства, используемые для реализации этого плана, в состав которых входит все то, что необходимо для выполнения операций предусмотренных планом A .

5 Развитие на основе использования языка теории категорий

Можно показать, что при определенных условиях тип логического исчисления связан со структурой, на которой принимает значение оценка формул этого исчисления [8].

Надежны на дальнейшее обобщение методов формализации задач управления могут быть связаны с использованием языка теории категорий.

Категорный подход основан на том, что нечеткое множество связывается с некоторым топосом (т.е. категорией, обладающей конечными пределом и копределом, классификатором подобъектов и допускающей экспонирование), что позволяет для таких множеств определить теоретико-множественные конструкции.

Пусть P произвольное линейно —упорядоченное множество с начальным элементом 0 и конечным элементом 1 . P является решеткой и есть алгебра Гейтинга.

Операция \rightarrow задается здесь по правилу: $p \rightarrow q = 1$ при $p < q$ и $p \rightarrow q = q$ при $p > q$.

$$p \rightarrow q = \begin{cases} 1 & \text{при } p < q \\ q & \text{при } p > q \end{cases}$$

Проверяется, что $p \rightarrow q$ удовлетворяет условиям псевдодополнения. Это применимо, в частности к отрезку $[0, 1]$ с соответствующим упорядочением.

Приведенное замечание позволяет сделать вывод о применимости алгебры Гейтинга к операциям на нечетких множествах.

Нечеткое множество может быть определено через описанное выше отношение равенства, которое удобно иллюстрируется на топосе $\mathbf{Bn}(I)$ расслоений над индексным множеством I [9]. Если заданы стрелки f, g на классе морфизмов $I \rightarrow A$ (где A —пространство расслоения) то как было показано в [9]

$$[f \approx g] = \{ i \text{ из } I: f(i) = g(i) \}$$

тогда

$$[f \approx f] = \{ i \in I: f(i) = f(i) \}$$

и принадлежность можно рассматривать как отношение: $| [f \approx f] | / | I |$.

$$\frac{[f \approx f]}{| I |},$$

I

которому в работе [5] соответствует выражение

$$\eta = \frac{n^{(1)}}{m},$$

описывающее относительный коэффициент принадлежности признаков качеству. Здесь $n^{(1)} = \mathbf{n}^{(1,1)}$ при $\mathbf{R}_k = \mathbf{R}_i$.

Развитие подхода позволяет интерпретировать алгебру нечетких множеств как полную алгебру Гейтинга в категории Q-Set [9].

Теоретико-категорный язык позволяет расширить описанный подход на случай алгебры оценок с дополнительной структурой и связан с условием сохранения дополнительной структуры на ней. При этом представлении подход, основанный на семантическом анализе типов логических исчислений [6] моделируется функторами, сохраняющими дополнительную категорную структуру, из категории, соответствующей данной формальной теории в категорную структуру, на которой принимают значения оценки, *в случае обобщения структур, являющихся решетками это скелетная категория порядка с произведением и копроизведением*. Применительно к задачам, решаемым в синтетической квалиметрии это означает моделирование задачи комплексной оценки состояний объектов и процессов функторами, сохраняющими структуру из категории состояний объектов оценки в категорию оценок.

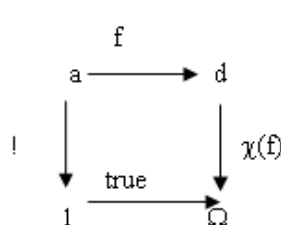
В частности, такой подход реализуется в нестандартном анализе, которой «есть алгебро-логический метод, основанный на рассмотрении оценок и в основном применяемый для изучения объектов, представимых в виде глобальных элементов некоторого пучка.» [8].

В работе [10], как отмечалось выше, уже рассматривался категорный подход к описанию задач квалиметрии и было показано, что язык теории категорий, в частности использование понятия подобъекта и классификатора подобъектов позволяет сформировать базис для фундаментального обоснования теории нечетких множеств и тем самым ввести качественные характеристики объектов оценки в область формального описания.

Модели, которые рассматриваются классической теорией, являются функторами из категории, соответствующей некоторой теории в категорию всех множеств. Рассматривая вместо последней какую-либо другую категорию, обладающую определенной структурой, получим неклассическую теорию. Тип полученной теории будет индуцироваться заданной категорией и ограничениями, наложенными на функтор (его задаваемыми свойствами).

При таком подходе «логики», к которым относятся и «логики оценки», как вид исследования структур представляют собой семейство функторов из категорий, соответствующих формальным теориям в категории структур, на которых принимает значение оценка. Иными словами в категорном подходе оценка есть функтор, сохраняющий дополнительную структуру. При таком подходе вид минимальной логики «образующей» будет определяться типом функтора и, следовательно, минимальные логики будут представлять собой семейство, определяемое семейством баз, предбаз, образующих и т.д. структур значений оценки. Нельзя исключать и того, что сюда войдут функторы как гладкие отображения многообразий, поскольку в обиход уже введен термин «локальная истинность», в частности в [9] рассматривается язык PL, в который включена новая связка ∇ и если α формула этого языка, то формула $\nabla\alpha$ читается «локально имеет место, что α ».

В категории \mathbf{K} подобъекты определяются как семейство вида $\text{Sub}(d) = \{[f] \mid f \text{ стрелка и } \text{cod}(f)=d\}$. Классификатором подобъектов называют \mathbf{K} -объект Ω вместе со стрелкой $\text{true}: 1 \rightarrow \Omega$, для которой диаграмма



декартов квадрат .

Для Ω , также можно рассматривать семейство $\text{Sub } \Omega$. Рассматривая Ω как структуру, на которой принимает значение оценки, получаем инструмент для семантического анализа типа логического исчисления.

Введение в теории категорий классификатора подобъектов Ω , и связанная с этим понятием Ω - аксиома, порождает утверждение, о том, что в категории, обладающей классификатором подобъектов

$\text{Sub}(d) \cong \mathbf{K}(d, \Omega)$. В частности, в качестве \mathbf{K} можно взять категорию, соответствующую формальной теории (в частности алгебру формул логического исчисления), в качестве Ω - структуру, на которой принимает значение оценка. В [9] доказано, что утверждение о том, что топос \mathbf{K} булев, эквивалентно утверждению о том, что $\text{Sub } \Omega$ - булева алгебра. Этим определяются и ограничения на свойства функции $\chi(f): d \rightarrow \Omega$ - она должна сохранять структуру. В частности подтверждается предположение о том, что структура оценки для булевой алгебры формул должна быть булевой алгеброй, что не всегда учитывается в многозначных логиках.

Заключение

Моделирование процессов управления сложными объектами и процессов и прогнозирования их развития сталкивается с трудностями связанными с тем, что признанные классическими методы формального описания при моделировании сложных систем и процессов не всегда адекватно описывают ситуацию управления либо такое описание неприемлемо сложно, что связано с такими особенностями описания сложных систем как наличие факторов нечеткости и неопределенности, неполноты информации о ситуации управления, о факторах влияющих на динамику развития объекта исследования, динамично изменяющейся внешней среды. Кроме того Методы формального моделирования задач управления сложными системами и процессами не достаточно систематизированы, их применение не базируется на единой методологии, что снижает эффективность их применения. Поиск новых подходов к созданию единой формальной базы требует, прежде всего, тщательного анализа причин возникающих при моделировании состояний таких объектов. Не достаточно констатации факта низкой эффективности того или иного метода формального моделирования. Практика моделирования состояний сложных объектов в настоящее время часто нацелено на применение качественных, а не количественных оценок. Технически это осуществляется методами теории нечетких множеств, использующей лингвистические переменные, значения которых носят качественный характер. Однако эта техника не имеет достаточно надежной математической базы. Разработка такой базы могла бы осуществляться на основе синтеза концепций синтетической квалиметрии, системного подхода и использования новых математических методов, связанных с использованием и разработкой неклассических вариантов формальной логики и теории категорий.

Литература

1. Н.К.Верещагин, В.А. Успенский. А.Шень. "Колмогоровская сложность и алгоритмическая случайность". - Москва: Изд. МЦНМО, 2013, -576 с.
2. Kolmogorov A.N. Three approaches to the quantitative definition of information. *Problem Inform. Transmission*, v. 1(1965), no . p. 1-7
3. Kolmogorov A.N. Logical basis for information theory and probability theory, *IEEE Trans. Inform. Theory*, v. 14(1968), p. 662-664.
4. Kolmogorov A.N., Uspensky V.A. Algorithms and randomness. *SIAM J. Theory Probab. Appl.*v.32 (1987) h. 389-412.
5. А.И.Субетто. Метаклассификация как наука о механизмах и закономерностях классифицирования . - С-Петербург - Москва.: ИЦ, 1994.- 254
6. A.V. Titov. Systematization of modeling methods in the problems of management of complex systems and processes on the basis of qualimetrical approach. *Upravlenie razvitiem krupnomasshtabnykh sistem MLSД`2018. Materialy mezhdunarodnoi konferentsii [Managing the development of large-scale systems MLSД`2018. Proceedings of the international conference]. (1-3 October 2018). Moscow, IPU.2018, pp. 135 – 137 (in Russian)*
7. М. Девис. Прикладной нестандартный анализ. -М: "Мир", 1980, - 236 с.
8. В.А.Любецкий. Некоторые применения теории топосов к изучению алгебраических систем.// П.Т.Джонсон. Теория топосов. М. «Наука», 1986. - сс.376-433
9. Р. Гольдблатт. Категорный анализ логики. -М: "Мир", 1983, 486 с.
10. А.И.Субетто, А.В.Титов. Ситуационный подход к применению методов специальных квалиметрий в системах мониторинга качества образования на различных уровнях. Труды восьмого симпозиума "Квалиметрия человека и образования".-М.: ИЦ, 1999.
11. Е Расева, Р.Сикорский. Математика метаматематики.- М: "Наука", 1972 -591 с.
12. А.Ф.Лосев. Античный космос и современная наука//Бытие. Имя.Космос.- М: "Мысль", 1993,-940 с.
13. А.Ф.Лосев. Диалектические основы математики.//Хаос и структура - М.: "Мысль", 1997 -832 с.
14. И.Ф.Шахнов. Согласование решений в сложных системах. Аддитивная модель. -М.: ВЦ РАН, 1998, 71 с.