СИНТЕЗ РЕДУЦИРОВАННОГО НАБЛЮДАТЕЛЯ СОСТОЯНИЯ ДЛЯ ОДНОМЕРНОГО ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКОГО ОБЪЕКТА В УСЛОВИЯХ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ[35]

Краснов Д.В.

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, Россия, г. Москва, ул. Профсоюзная, д.65

dim93kr@mail.ru

Аннотация: Для одномерного электромеханического объекта, функционирующего в условиях существенной параметрической неопределенности, представлены процедуры синтеза редуцированных наблюдателей с кусочно-линейными управляющими воздействиями, обеспечивающие за заданное время заданную точность оценивания неизмеряемых переменных состояния механической подсистемы по информации, поступающей с датчиков переменных состояния электрического исполнительного устройства.

Ключевые слова: одномерный электромеханический объект управления, параметрическая неопределенность, наблюдатель состояния пониженной размерности.

Введение

Задача наблюдения является фундаментальной задачей теории автоматического управления. Необходимость в ее решении возникает тогда, когда для достижения целевых условий в законе управления в форме обратной связи требуется использовать все переменные состояния объекта управления, но система по тем или иным причинам имеет неполный комплект датчиков. В этом случае в контур обратной связи вводится динамический наблюдатель состояния. Это алгоритмы, реализуемые в вычислительной среде, позволяющие при выполнении условий наблюдаемости восстановить неизмеряемые переменные по измеряемым выходам [1-3].

В классической постановке наблюдатель состояния описывается системой дифференциальных уравнений, повторяющей математическую модель объекта управления, которая аддитивно дополняется вектором управляющих (корректирующих) воздействий. Размерность вектора управления в наблюдателе равна размерности его динамической модели. Задача наблюдения сводится к стабилизации ошибок наблюдения. Эта задача решается независимо от задачи регулирования в объекте управления и обеспечивается путем целенаправленного синтеза управляющих воздействий наблюдателя – линейных функций от невязок по измеряемым выходам объекта управления и переменным состояния наблюдателя.

В детерминированной постановке, когда шумы в измерениях отсутствуют или уже отфильтрованы, для оценивания незмеряемых переменных можно использовать наблюдатель состояния пониженной размерности, что упрощает структуру регулятора по сравнению с замкнутыми системами с полноразмерным наблюдателем. В классической постановке наблюдатель пониженной размерности строится как реплика редуцированной модели объекта управления без использования дифференциальных уравнений, описывающих динамику измеряемых переменных [4-5].

В условиях полной определенности параметров объекта управления в полноразмерном и редуцированном наблюдателях достигается асимптотическая стабилизация ошибок наблюдения с быстрыми темпами сходимости к нулю. Это позволяет использовать в обратной связи переменные наблюдателя вместо аналогичных неизмеряемых переменных объекта управления.

Решение задачи наблюдения при параметрической неопределенности модели объекта управления в настоящее время фундаментально недостаточно изучено. В рамках классического подхода к синтезу наблюдателя состояния возможность независимо обеспечить асимптотическую стабилизацию ошибок наблюдения отсутствует. Требуется совместное рассмотрение задач управления и наблюдения или дополнительное решение задачи идентификации неопределенных параметров [6-7]. Заметим, что идентификаторы параметров работают в реальном времени и, во-первых, привносят в замкнутую систему дополнительную динамику. Во-вторых, не всегда имеется возможность осуществить процесс идентификации с заданной скоростью стабилизации ошибок идентификации, если неизвестные параметры не являются постоянными и их значения меняются в процессе управления в известных допустимых диапазонах.

Таким образом, проблема разработки альтернативных эффективных подходов к решению задачи наблюдения в условиях неопределенности параметров объекта управления является актуальной.

[35]*Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 20-01-00363А).*

В данной работе в качестве объекта наблюдения рассматривается одномерная электромеханическая система (однозвенный манипулятор, упруго соединенный с валом двигателя постоянного тока (ДПТ)), которая представляет собой частный случай лагранжевой полноприводной системы. В разделе 1 приводится описание динамической модели объекта наблюдения, которая имеет пятый порядок и близка к линейной. В предположении, что параметры механической подсистемы и цепи якоря ДПТ неопределенны и могут меняться в известных диапазонах в процессе эксплуатации, ставится задача наблюдения неизмеряемых переменных вектора состояния объекта управления по измерениям переменных электрической подсистемы. Задача рассматривается в детерминированной постановке, шумы в измерениях отсутствуют.

В работе показано, что в сделанных предположениях задачу оценивания неизмеряемых переменных объекта наблюдения можно решить с заданной точностью за заданное время с помощью наблюдателя состояния пониженной размерности специального вида. Научная новизна работы заключается в способах построения наблюдателей пониженного порядка и формирования в них управляющих воздействий применительно к одномерному электромеханическому объекту с бездатчиковым манипулятором в условиях указанной параметрической неопределенности. Разработанный подход к задаче оценивания неизмеряемых переменных не требует дополнительной идентификации неизвестных параметров и позволяет осуществить настройку наблюдателя независимо от используемого в замкнутой системе закона управления. В связи с этим собственно цель и закон управления в работе не конкретизируются. Далее объект управления, для которого решается задача наблюдения, будем называть объектом наблюдения.

В разделе 2 для случая, когда прямым измерениям подлежат угловые положение и скорость вала, а также ток якоря ДПТ, представлены два варианта структуры и процедур синтеза редуцированных наблюдателей второго порядка для оценивания углового положения и угловой скорости манипулятора. Проводится их сравнительный анализ. Для стабилизации системы, записанной относительно ошибок наблюдения, используются всюду ограниченные кусочно-линейные управляющие воздействия [8-11], которые являются своеобразным гибридом линейных глубоких обратных связей и разрывных управлений. Они привносят в замкнутую систему преимущества обоих форм управления, но свободны от их недостатков и эффективны в задачах обеспечения инвариантности по отношению к параметрическим и внешним возмущения.

1 Описание модели объекта наблюдения. Постановка задачи

В качестве объекта наблюдения рассматривается однозвенный жесткий манипулятор с поворотным шарниром, эластично соединенный с валом двигателя постоянного тока (ДПТ). Динамическая модель объекта управления имеет пятый порядок и близка к линейной [12-14]:

$$\dot{x}_1 = x_2, \dot{x}_2 = a_{21}(x_3 - x_1) - a_{22}\sin(x_1), \tag{1}$$

$$\dot{x}_3 = x_4, \dot{x}_4 = -a_{43}(x_3 - x_1) - a_{44}x_4 + a_{45}x_5, \dot{x}_5 = -a_{54}x_4 - a_{55}x_5 + bu. \tag{2}$$

Уравнения (1) описывают динамику манипулятора (механической подсистемы), (2) – учитываемую динамику ДПТ с постоянными магнитами (электрической подсистемы), u – управление (напряжение питания якорной цепи ДПТ [В]), a_{ij}, b – положительные конструктивные коэффициенты:

$$a_{21} = k_l / J_l, a_{22} = mgh / J_l, a_{54} = c / L, a_{55} = R / L, b = 1 / L, \tag{3}$$

$$a_{43} = k_l / J_m, a_{44} = d / J_m, a_{45} = k_m / J_m. \tag{4}$$

Описание переменных состояния $x = (x_1, ..., x_5)^T$ системы (1)-(2) и ее параметров (3)-(4) приведено в табл. 1.

Для системы (1)-(2) типовой является задача управления движением регулируемой переменной (угловым положением звена манипулятора $x_1(t)$) с помощью обратной связи [3, 8, 14-16]. Для полноценной реализации различных целевых условий требуется текущая информация обо всех переменных ее состояния. В данной работе цель и закон управления не конкретизируются. Для системы (1)-(2) рассматривается проблема построения наблюдателей состояния для оценивания неизмеряемых переменных по измеряемым выходам в детерминированной постановке.

Таблица 1. Описание переменных и параметров объекта наблюдения

	Описание, единица измерения		Описание, единица измерения
$x_1(t)$	угловое положение звена манипулятора, $\lvert x_1 \rvert < \pi$, [рад]	k_l	жесткость передаточного механизма, [Н м/рад]
$x_2(t)$	угловая скорость звена манипулятора, [рад/с]	J_l	момент инерции звена манипулятора, [кг м^2]
$x_3(t)$	угловое положение вала ДПТ, [рад]	d	коэффициент демпфирования, [кг м^2/с]
$x_4(t)$	угловая скорость вала ДПТ, [рад/с]	J_m	момент инерции ДПТ, [кг м^2]
$x_5(t)$	ток якоря ДПТ, [А]	k_m	коэффициент передачи, [Н м/А]
g	ускорение свободного падения, [м/с^2]	L	индуктивность якоря ДПТ, [Гн]
m	масса звена манипулятора, [кг]	c	коэффициент противо-ЭДС ДПТ, [В с/рад]
h	длина звена манипулятора, [м]	R	сопротивление якоря ДПТ, [Ом]

Вводятся следующие предположения.

1. Значения жесткости передаточного механизма k_l, момент инерции ДПТ J_m, коэффициент демпфирования d, коэффициент передачи k_m и, следовательно, параметры a_{43}, a_{44}, a_{45} (4), известны. Масса m, длина h и момент инерции J_l звена манипулятора, а также коэффициент противо-ЭДС c, индуктивность L, сопротивление R якоря ДПТ и, следовательно, параметры $a_{21}, a_{22}, a_{54}, a_{55}, b$ (3) точно не известны. Предполагается, что их значения могут меняться в процессе эксплуатации в допустимых интервалах с известными границами. Такая ситуация возникает в системах со съемным механизмом при использовании для выполнения различных работ комплектных рабочих органов.

2. Для переменных механической подсистемы (1) известны диапазоны изменения в процессе эксплуатации:

$$|x_i(t)| \le X_i = \mathrm{const} > 0, t \ge 0, i = 1, 2, \tag{5}$$

которые продиктованы конструктивными параметрами объекта с учетом всех имеющихся вариантов сменных рабочих органов, а также используемым в регуляторе законом управления. Обратим внимание, что разомкнутая система (1)-(2) является устойчивой, следовательно, ее переменные останутся ограниченными при внешних ограниченных воздействиях.

3. Переменные механической подсистемы (1) (угловые положения и скорость звена манипулятора) не могут быть качественно измерены. Это может быть связано с особенностью условий эксплуатации робота: воздействий агрессивной среды, резких перепадов температур, вибрации и т.п. [17-18]. Другая причина может быть связана с тем, что соответствующие измерительные устройства не входят в комплект с целью удешевления стоимости или снижения массы механизма. Предполагается, что датчики установлены только на электроприводе и прямым измерениям доступны: угловые положение и скорость вала, а также ток якоря ДПТ, шумы в измерениях отсутствуют или уже отфильтрованы.

В сделанных предположениях ставится задача синтеза наблюдателя состояния для оценивания неизмеряемых переменных механической подсистемы (1) по измерениям переменных электрической подсистемы (2). При этом задача идентификации неопределенных параметров не ставится и не решается. Требуется обеспечить робастность получаемых оценок при изменении неопределенных параметров в допустимых пределах.

Нетрудно убедиться в том, что система (1)-(2) полностью наблюдаема относительно измеряемых выходов [1-3, 15-16], однако из-за существенной параметрической неопределенности построение для нее полноразмерного асимптотического наблюдателя не представляется возможным.

В следующем разделе для решения поставленной задачи представлены два способа построения и синтеза редуцированного наблюдателя состояния второго порядка с кусочно-линейными управляющими воздействиями.

В сделанных предположениях сходимость оценочных сигналов, полученных с помощью наблюдателей, к соответствующим переменным состояния может быть обеспечена только с некоторой точностью. Величины допустимых ошибок наблюдения в установившемся режиме и время переходных процессов в наблюдателе устанавливаются исходя из требований к качеству процессов регулирования в замкнутой системе при конкретном виде и параметрах используемого в регуляторе закона управления в форме динамической обратной связи.

Введем следующие обозначения: $\tilde{x}_1(t), \tilde{x}_2(t)$ – оценки неизмеряемых переменных, которые будут получены с помощью редуцированного наблюдателя; $\delta_i > 0, T > 0$ – заданные точности оценивания и время их достижения. При синтезе редуцированного наблюдателя состояния требуется обеспечить выполнение следующих условий:

$$|x_i(t) - \tilde{x}_i(t)| \le \delta_i,\ i = 1, 2,\ t \ge T. \tag{6}$$

2 Синтез редуцированных наблюдателей для оценивания углового положения и скорости звена манипулятора

2.1 Выделение редуцированной модели как основы для построения наблюдателей

Итак, по измерениям переменных электрической подсистемы (2), а именно, углового положения $x_3(t)$ и скорости $x_4(t)$ вала, а также тока якоря $x_5(t)$ ДПТ требуется получить оценки переменных механической подсистемы (1), а именно, углового положения $x_1(t)$ и скорости $x_2(t)$ звена манипулятора, с обеспечением целевых условий (6).

Покажем, что эту задачу можно решить с помощью наблюдателя второго порядка, используя идеологию оценивания внешних ограниченных сигналов по их воздействию на объект управления с помощью «силовых» корректирующих воздействий в виде глубоких обратных связей, разрывных управлений или их комбинаций. Согласно данному подходу, наблюдатель внешнего сигнала строится на основе той части динамической модели объекта управления, на которую он воздействует, и в которой остальные переменные и параметры известны или могут быть восстановлены [8-11, 19]. Для оценивания в рамках данного метода внешнего сигнала достаточно знать диапазоны его изменения, тогда нет необходимости использовать динамическую модель этого сигнала при построении наблюдателя.

Согласно указанной идеологии, в качестве основы для построения редуцированного наблюдателя нужно принять следующие уравнения объекта наблюдения (1)-(2):

$$\dot{x}_4 = -a_{43}x_3 + a_{43}x_1 - a_{44}x_4 + a_{45}x_5,\ \dot{x}_1 = x_2. \tag{7}$$

Правая часть первого уравнения подсистемы (7) представляет собой линейную комбинацию с известными коэффициентами измеряемых и одной неизмеряемой переменных. Следовательно, оценка $x_1(t)$ может быть получена, тогда появляется возможность с использованием второго уравнения (7) восстановить вторую неизмеряемую переменную $x_2(t)$.

Следует отметить, что наблюдатели, построенные ниже на основе системы (7), как и стандартный редуцированный наблюдатель Луенбергера [4-5], будут иметь размерность $n-m$, где n – размерность вектора состояния объекта наблюдения, m – ранг матрицы выходов (в данном случае $n=5,\ m=3$). Отличие состоит в том, что при построении наблюдателя Луенбергера используются сами выходные сигналы, но при этом отбрасываются m дифференциальных уравнений, описывающих их динамику. В общем случае при построении редуцированных наблюдателей в рамках указанного выше подхода, наоборот, отбрасывается динамика неизмеряемых переменных, которые трактуются как ограниченные внешние сигналы. Здесь, в силу структуры наблюдаемости системы (1)-(2) реализуется смешанный случай: отбрасываются дифференциальные уравнения, описывающие динамику измеряемых переменных $x_3(t), x_5(t)$ и неизмеряемой переменной $x_2(t)$.

В следующих подразделах представлено два варианта построения редуцированного наблюдателя на основе системы (7): в традиционном виде (подраздел 2.2) и в виде дифференциатора (подраздел 2.3), проводится их сравнительный анализ.

2.2 Редуцированный наблюдатель состояния стандартной структуры

Редуцированный наблюдатель для оценивания $x_1(t), x_2(t)$ на основе подсистемы (7) можно построить в стандартном виде с учетом измеряемых сигналов, а именно:

$$\dot{z}_1 = -a_{43}x_3 + a_{43}z_2 - a_{44}x_4 + a_{45}x_5 + v_1,\ \dot{z}_2 = v_2, \tag{8}$$

где $z_{1,2}$ – переменные состояния, $v_{1,2}$ – управляющие воздействия наблюдателя. Относительно ошибок наблюдения $\varepsilon_1 = x_4 - z_1, \varepsilon_2 = x_1 - z_2$ в силу (7)-(8) получим систему

$$\dot{\varepsilon}_1 = a_{43}\varepsilon_2 - v_1, \dot{\varepsilon}_2 = x_2 - v_2, \tag{9}$$

где $x_2(t)$ трактуется как внешний неизвестный ограниченный сигнал (5). В силу измерений текущие значения переменной $\varepsilon_1(t)$ известны, $\varepsilon_2(t)$ – неизвестны, что позволяет установить в системах (8) и (9) соответственно следующие начальные условия

$$z_1(0) = x_4(0) \Rightarrow \varepsilon_1(0) = 0; z_2(0) = 0 \Rightarrow \varepsilon_2(0) = x_1(0), |\varepsilon_2(0)| \le X_1. \tag{10}$$

В рамках используемого подхода [8-11, 19] выбором $v_{1,2}(\varepsilon_1)$ в системе (9) требуется обеспечить стабилизацию ошибок наблюдения и их производных. Для решения поставленной задачи (6) будем использовать каскадную процедуру синтеза кусочно-линейных управляющих воздействий [8-11]

$$v_1 = m_1 \mathrm{sat}(k_1\varepsilon_1) = \begin{cases} m_1 \mathrm{sign}(\varepsilon_1), |\varepsilon_1| > 1/k_1, \\ m_1 k_1 \varepsilon_1, |\varepsilon_1| \le 1/k_1; \end{cases}$$
$$v_2 = m_2 \mathrm{sat}(k_2 v_1) = \begin{cases} m_2 \mathrm{sign}(v_1), |v_1| > 1/k_2, \\ m_2 k_2 v_1, |v_1| \le 1/k_2, \end{cases} \tag{11}$$

которые имеют по два настраиваемых параметра: $m_{1,2} = \mathrm{const} > 0$ – амплитуду, от выбора которой зависит время стабилизации системы (9); $k_{1,2} = \mathrm{const} > 0$ – большой коэффициент, от выбора которого зависит величина ошибки оценивания.

При стабилизации системы (9), (11) реализуется принцип разделения движений в виртуальном пространстве ошибок наблюдения. Учитывая, что $\varepsilon_1(0) = 0 \le 1/k_1$ (10), разобьем отрезок времени на три интервала

$$0 < t_1 < t_2 < T. \tag{12}$$

Тогда требуемое поведение переменных замкнутой системы (9)-(11), при котором поставленная задача (6) будет выполнена, можно представить следующим образом:

$$|\varepsilon_1(t)| \le 1/k_1,\ t \ge 0; \tag{13}$$

$$|a_{43}\varepsilon_2(t) - v_1(t)| = |\gamma_1(t)| \le a_{43}\alpha_2,\ t \ge t_1; \tag{14}$$

$$|\varepsilon_2(t)| \le \alpha_2 + 1/(a_{43}k_2),\ t \ge t_2, \tag{15}$$

$$|x_2(t) - v_2(t)| \le \delta_2,\ |\varepsilon_2(t)| = |x_1(t) - z_2(t)| \le \delta_1, t \ge T. \tag{16}$$

Неравенства (13), (15) и время попадания аргументов управляющих воздействий наблюдателя в окрестности нуля (линейные зоны управлений) обеспечиваются выбором соответствующих амплитуд. Неравенства (14), (16), а также заданная точность оценивания (6), обеспечивается выбором больших коэффициентов. Формализуем достаточные условия для выборов параметров управляющих воздействий (11), обеспечивающих указанные требования.

Сначала рассмотрим проблему выбора амплитуд управляющих воздействий (11). Как было отмечено, переменная $\varepsilon_1(0)$ изначально находится в линейной зоне, где первое уравнение системы (9), (11) имеет вид $\dot{\varepsilon}_1 = a_{43}\varepsilon_2 - m_1 k_1 \varepsilon_1$. На основе его вида вне линейной зоны $\dot{\varepsilon}_1 = a_{43}\varepsilon_2 - m_1 \mathrm{sign}(\varepsilon_1)$ формализуем достаточные условия для выбора m_1, обеспечивающие (13):

$$m_1 > a_{43}|\varepsilon_2| \Rightarrow \varepsilon_1\dot{\varepsilon}_1 = \varepsilon_1(a_{43}\varepsilon_2 - m_1 \mathrm{sign}(\varepsilon_1)) \le |\varepsilon_1|(a_{43}|\varepsilon_2| - m_1) < 0. \tag{17}$$

Во втором уравнении системы (9), (11) выполнение равенства $\mathrm{sign}(v_2(t)) = \mathrm{sign}(\varepsilon_2(t))$ гарантировано обеспечивается вне области $|\varepsilon_2(t)| \le \alpha_2$ при $t \ge t_1$ после выполнения (14). В общем случае данное уравнение на интервалах (10) согласно (14)-(15) имеет следующий вид:

$$\dot{\varepsilon}_2 = \begin{cases} x_2 + m_2 \operatorname{sign}(\varepsilon_2), t \in [0; t_1), \\ x_2 - m_2 \operatorname{sign}(\varepsilon_2), t \in [t_1; t_2), \\ x_2 - m_2 k_2 (a_{43}\varepsilon_2(t) \pm \gamma_1), t \ge t_2. \end{cases} \quad (18)$$

Максимальное по модулю значение переменная $\varepsilon_2(t)$ в худшем случае достигает при $t = t_1$, а именно:

$$|\varepsilon_2(t)| \le |\varepsilon_2(t_1)| \le X_1 + (X_2 + m_2)t_1 = E_2,\ t \ge 0. \quad (19)$$

Достаточные условия для выбора m_2 аналогичны (17). Для того чтобы обеспечить сходимость в линейную зону (15) на интервале $[t_1; t_2)$, примем во внимание (19):

$$m_2 \ge \frac{X_1 + (X_2 + m_2)t_1 - \delta_1}{t_2 - t_1} + X_2 \Rightarrow m_2 \ge \frac{X_1 + X_2 t_2 - \delta_1}{t_2 - 2t_1}. \quad (20)$$

Из (20) следует ограничение $t_2 > 2t_1$, которое надо учитывать при назначении интервалов времени (12). Примем, например,

$$t_2 - 2t_1 = T - t_2 = t_1 \Rightarrow t_1 = T/4. \quad (21)$$

Объединяя (17), (19)-(21), получим итоговые неравенства для последовательного выбора амплитуд управляющих воздействий (11), обеспечивающих выполнение (13), (15) за заданное время:

$$m_2 \ge \frac{4(X_1 - \delta_1)}{T} + 3X_2, m_1 > a_{43}(X_1 + (X_2 + m_2)T/4). \quad (22)$$

Теперь рассмотрим проблему выбора больших коэффициентов управляющих воздействий (11), обеспечивающих (14), (16). С этой целью найдем и проанализируем оценки решений системы (9), (11) в линейных зонах (первого уравнения – на интервале $[0; t_1]$; второго уравнения – на интервале $[t_2; t_2 + t_1 = T]$). С учетом третьего уравнения (18), а также (19), (21) имеем:

$$|\varepsilon_1(t_1)| \le \frac{a_{43}E_2}{m_1 k_1} + \frac{m_1 - a_{43}E_2}{m_1 k_1} e^{-m_1 k_1 t_1} \Rightarrow m_1 k_1 |\varepsilon_1(t_1)| - a_{43}E_2 \le (m_1 - a_{43}E_2) e^{-m_1 k_1 t_1},$$
$$|a_{43}\varepsilon_2(t) - v_1(t)| \le a_{43}\alpha_2, t \ge t_1 \Leftrightarrow (m_1 - a_{43}E_2) e^{-m_1 k_1 T/4} \le a_{43}\alpha_2; \quad (23)$$

$$|\varepsilon_2(T)| \le \frac{X_2}{m_2 k_2 a_{43}} + \alpha_2 + \frac{m_2 - X_2}{m_2 k_2 a_{43}} e^{-m_2 k_2 a_{43} t_1} \le \delta_1,$$
$$m_2 k_2 a_{43}(|\varepsilon_2(T)| - \alpha_2) - X_2 \le (m_2 - X_2) e^{-m_2 k_2 a_{43} t_1}, \quad (24)$$
$$|x_2(t) - v_2(t)| \le \delta_2, t \ge T \Leftrightarrow (m_2 - X_2) e^{-m_2 k_2 a_{43} T/4} \le \delta_2.$$

Из (23)-(24) следует, что ошибки наблюдения при $t \ge T$ сходятся в следующие окрестности нуля:

$$|\varepsilon_1(t)| \le \frac{a_{43}(E_2 + \alpha_2)}{m_1 k_1} \le \delta_0; |\varepsilon_2(t)| \le \frac{X_2 + \delta_2}{m_2 k_2 a_{43}} + \alpha_2 \le \delta_1. \quad (25)$$

Примем, например, $\alpha_2 = \delta_1/2$. Из (23)-(25) следует, что целевые условия (6) будут выполнены, если при зафиксированных на основе неравенств (22) амплитуд большие коэффициенты приняты на основе следующих нижних оценок:

$$k_1 \ge \frac{4}{m_1 T} \ln \frac{2(m_1 - a_{43}E_2)}{a_{43}\delta_1}; \quad k_2 \ge \frac{1}{m_2 a_{43}} \max\left\{ \frac{2(X_2 + \delta_2)}{\delta_1}; \frac{4}{T} \ln \frac{m_2 - X_2}{\delta_2} \right\}. \quad (26)$$

После выбора на основе (26) k_1 определяется точность стабилизации $|\varepsilon_1(t)| \le \delta_0, t \ge T$, но ее величина не принципиальна в контексте поставленной задачи (6), переменная $x_4(t)$ измеряется. Из (16) следует, что в качестве оценочных сигналов для неизмеряемых переменных принимаются переменная и управляющее воздействие второго уравнения редуцированного наблюдателя (8):

$$\tilde{x}_1(t) = z_2(t),\ \tilde{x}_2(t) = v_2(t). \tag{27}$$

Соответственно, в замкнутой системе базовый закон управления $u(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$ формируется и по измеряемым выходам, и по полученным оценкам (27): $u(z_1, v_2, x_3, x_4, x_5)$.

В следующем подразделе рассматривается второй вариант построения редуцированного наблюдателя, в котором собственные движения отсутствуют, а его структура соответствует структуре динамического дифференциатора.

2.3 Редуцированный наблюдатель состояния в виде динамического дифференциатора

Редуцированный наблюдатель для оценивания $x_1(t), x_2(t)$ на основе подсистемы (7) можно построить с учетом измеряемых сигналов в форме динамического дифференциатора [20], а именно:

$$\dot{z}_1 = -a_{43}x_3 - a_{44}x_4 + a_{45}x_5 + v_1, \dot{z}_2 = v_2, \tag{28}$$

что приведет относительно ошибок наблюдения $\varepsilon_1 = x_4 - z_1, \varepsilon_2 = x_1 - z_2$ к следующей системе:

$$\dot{\varepsilon}_1 = a_{43}x_1 - v_1, \dot{\varepsilon}_2 = x_2 - v_2, \tag{29}$$

где неизмеряемые переменные присутствуют в явном виде. Так же как и в первом варианте (8)-(9), в системах (28)-(29) устанавливаются начальные условия (10) и управляющие воздействия в форме (11). Отличие заключается в способе формирования управляющего воздействия v_2, а именно:

$$v_1 = m_1 \mathrm{sat}(k_1\varepsilon_1),\ v_2 = m_2 \mathrm{sat}(k_2\bar{v}_1),\ \bar{v}_1 = v_1 / a_{43} - z_2. \tag{30}$$

Задача синтеза заключается в выборе параметров управляющих воздействий (30) так, чтобы на временных интервалах (12) обеспечить выполнение условий, аналогичных (13)-(16), где целевые условия (14)-(16) с учетом (29)-(30) принимают соответственно вид

$$|a_{43}x_1(t) - v_1(t)| = |\gamma_1(t)| \le a_{43}\alpha_2,\ t \ge t_1; \tag{31}$$

$$|\varepsilon_2(t)| \le \alpha_2 + 1/k_2,\ t \ge t_2, \tag{32}$$

Еще одно принципиальное отличие при синтезе наблюдателей (8), (11) и (28), (30) заключается в том, что в дифференциаторе с начальными условиями (10) выбор амплитуды m_1 не будет зависеть ни от времени, ни от m_2 (процедура выбора m_2 не меняется и основывается на неравенствах (20)). Нижняя оценка для выбора m_1 сразу следует из достаточного условия, аналогичного (17). Тогда итоговые неравенства для выбора амплитуд управляющих воздействий (30), отвечающих поставленной цели (13), (32), имею вид:

$$m_1 > a_{43}X_1,\ m_2 \ge 4(X_1 - \delta_1)/T + 3X_2. \tag{33}$$

Из неравенств, аналогичных (23)-(25), с учетом (30)-(33) получим области сходимости ошибок наблюдения при $t \ge T$

$$|\varepsilon_1(t)| \le \frac{a_{43}(X_1 + \alpha_2)}{m_1 k_1} \le \delta_0; |\varepsilon_2(t)| \le \frac{X_2 + \delta_2}{m_2 k_2} + \alpha_2 \le \delta_1. \tag{34}$$

Тогда при $\alpha_2 = \delta_1 / 2$ неравенства (26) для выбора больших коэффициентов управляющих воздействий (30), обеспечивающих целевые условия (31), (16), примут вид

$$k_1 \ge \frac{4}{m_1 T} \ln \frac{2(m_1 - a_{43}X_2)}{a_{43}\delta_1};\ k_2 \ge \frac{1}{m_2} \max\left\{\frac{2(X_2 + \delta_2)}{\delta_1}; \frac{4}{T} \ln \frac{m_2 - X_2}{\delta_2}\right\}. \tag{35}$$

После выбора на основе (35) k_1 определяется точность стабилизации первой ошибки наблюдения $|\varepsilon_1(t)| \le \delta_0, t \ge T$ на основе оценки (34).

При выборе параметров управляющих воздействий (30) на основе (33), (35) целевые условия (16) обеспечиваются и оценочные сигналы неизмеряемых переменных в виде (27) содержат такую же ошибку оценивания, как и при использовании редуцированного наблюдателя (8), (11). Однако при использовании дифференциатора можно в два раза уменьшить ошибку оценивания $x_1(t)$, если в качестве оценочно сигнала принять $\tilde{x}_1(t) = v_1(t)/a_{43}$. Это следует из (31) с учетом $\alpha_2 = \delta_1/2$:

$$|x_1(t) - v_1(t)/a_{43}| \le \delta_1/2,\ t \ge T. \tag{36}$$

Таким образом, по сравнению с редуцированным наблюдателем стандартной структуры (8), (11) наблюдатель, имеющий структуру дифференциатора (28), (30), имеет боле простую настройку параметров (33) в режиме off-line и позволяет получить более точный оценочный сигнал для углового положения звена манипулятора (36). При этом мера вычислительной сложности алгоритмов в реальном времени в обоих случаях примерно одинаковая: сигнал z_2, который фигурирует в первом уравнении (8) в явном виде, в первом уравнении (28) отсутствует, но используется для формирования управляющего воздействия v_2 (30) во втором уравнении дифференциатора (28).

Заключение

В данной работе для одномерного электромеханического объекта показана принципиальная возможность оценивания неизмеряемых переменных вектора состояния с любой заданной точностью за любое заданное время в условиях существенной параметрической неопределенности модели объекта управления. Разработанный подход к решению задачи наблюдения может быть без ограничения общности распространен на многомерные полноприводные лагранжевые системы, динамическая модель которых составлена относительно векторных переменных с квадратными матрицами коэффициентов и имеет структуру, аналогичную структуре одномерной системы [21, 22].

Синтез робастного закона управления, анализ и моделирование замкнутой системы с разработанными наблюдателями состояния для данного объекта управления, а также формализация более широкого класса систем, функционирующих в условиях параметрической неопределенности, на которые можно распространить разработанные алгоритмы синтеза редуцированных наблюдателей, составляет предмет будущих исследований автора.

Литература

1. *Коровин С.К., Фомичев В.В.* Наблюдатели состояния для линейных систем с неопределенностью. – М.: Физматлит, 2007. – 224 с.
2. *Голубев А.Е., Крищенко А.П., Ткачев С.Б.* Стабилизация нелинейных динамических систем с использованием оценки состояния системы асимптотическим наблюдателем (обзор) // Автоматика и телемеханика. 2005. № 7. – С. 3-42.
3. *Краснова С.А., Уткин В.А., Уткин А.В.* Блочный синтез управления механическими системами в условиях неопределенности // Мехатроника, Автоматизация, Управление. 2009, №6. – С. 41-54.
4. *Luenberger D.B.* Observers of multivariable systems // IEEE Trans. on Automatic Control. 1966. Vol. 11, No. 2. – P. 190-197.
5. *Afri C., Andrieu V., Bako L. and Dufour P.* State and parameter estimation: A nonlinear Luenberger observer approach // IEEE Trans. on Automatic Control. 2017. Vol. 62, No. 2. – P. 973-980.
6. *Уткин В.А., Уткин А.В.* Задача слежения в линейных системах с параметрическими неопределенностями при неустойчивой нулевой динамике // Автоматика и телемеханика. 2014. № 9. – С. 62-81.
7. *Шатов Д.В.* Длительность процесса фильтрации при конечно-частотной идентификации // Проблемы управления. 2020. № 5. – С. 22-29.
8. *Краснов Д.В., Уткин А.В.* Синтез многофункциональной системы слежения в условиях неопределенности // Управление большими системами. 2017. Вып. 69. – С. 29-49.
9. *Краснова С.А., Уткин В.А., Уткин А.В.* Блочный подход к анализу и синтезу инвариантных нелинейных систем слежения // Автоматика и телемеханика. 2017. № 12. – С. 26-53.
10. *Краснова С.А.* Оценивание производных внешних возмущений на основе виртуальных динамических моделей // Управление большими системами. 2018. Вып. 76. – С. 6-25.
11. *Кокунько Ю.Г., Краснов Д.В., Уткин А.В.* Два метода синтеза наблюдателей состояния и возмущений для беспилотного летательного аппарата // Проблемы управления. 2020. №1. – С. 3-16.
12. *Spong M.* Modeling and control of elastic joint robots // ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control. 1987. Vol. 109. – P. 310-319.
13. *Кочетков С.А., Уткин В.А.* Вихревые алгоритмы в задаче управления двигателем постоянного тока // Проблемы управления. 2014. №5. – С. 20-27.
14. *Utkin V.I., Guldner J., Shi J.* Sliding Mode Control in Electromechanical Systems. – New York: CRC Press, 2009. – 485 p.
15. *Голубев А.Е.* Стабилизация однозвенного манипулятора при неполном измерении состояния: обратная связь по угловой координате звена манипулятора // Научое издание МГТУ им. Н.Э. Баумана. Наука и образование. 2012. № 11. – С. 395-412.

16. *Phanomchoeng G., Rajamani R.* Observer design for Lipschitz nonlinear systems using Riccati equations // Proc. of the 2010 American Control Conference, Baltimore, MD. 2010. – P. 6060-6065.
17. *Кочетков С.А.* Повышение точности измерений в системах с дифференциальными датчиками // Датчики и системы. 2011. № 5. – С. 10-15.
18. *Бусурин В.И., Йин Н.В., Жеглов М.А.* Анализ влияния линейного ускорения на характеристики кольцевого оптоэлектронного преобразователя угловой скорости и его компенсация // Автометрия. 2019. № 3. – С. 120-128.
19. *Краснова С.А., Мысик Н.С.* Синтез инвариантной системы управления продольным движением летательного аппарата // Автоматика и телемеханика. 2011. № 10. – С. 104-116.
20. *Utkin V.A., Krasnova S.A.* Improving the Accuracy of the Estimated Signals in the State and Disturbance Observer // Proceedings of the 12th International Conference "Management of Large-Scale System Development" (MLSD 2019, Moscow). 2019. – P. 1-4.
21. *Krasnov D.V.* Tracking Electromechanical Systems Design with Sensorless Manipulators // Proceedings of the 13th International Conference "Management of Large-Scale System Development" (MLSD 2020, Moscow). 2020. – P. 1-5.
22. *Антипов А.С., Краснов Д.В., Уткин А.В.* Деком-ный синтез системы управления электром-ми объектами в условиях неполной информации // Прикладная мат-ка и механика. 2019. Т. 83, Вып. 4. – С. 530-548.