

# ПРОЕКТИРОВАНИЕ ОПТИМАЛЬНЫХ СХЕМ РАЗМЕЩЕНИЯ СКВАЖИН НА ГАЗОВЫХ ЗАЛЕЖАХ

Ермолаев А.И. \*, Кувичко А.М. \*\*, Латипов А.Р. \*\*\*

\* Губкинский университет, Ленинский проспект, д.65, г. Москва, Россия  
Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН,  
Россия, г. Москва, ул. Профсоюзная д.65

[ermolaev.a@gubkin.ru](mailto:ermolaev.a@gubkin.ru)

\*\* Филиал ООО «Технологическая компания Шлюмберже»,  
Ленинградское шоссе, д.16а, г. Москва, Россия

[a.m.kuvichko@gmail.com](mailto:a.m.kuvichko@gmail.com)

\*\*\* Губкинский университет, Ленинский проспект, д.65, г. Москва, Россия

[latipov257@gmail.com](mailto:latipov257@gmail.com)

*Предлагается объединенная модель оптимизации, предназначенная для поиска согласованного решения трех задач: расстановки добывающих скважин на залежах природного газа, размещения кустовых площадок и распределения скважин по кустам. Модель представляет собой двухкритериальную задачу нелинейного булева программирования. Приведены примеры решения задачи.*

Ключевые слова: газовая залежь, задача, критерий, куст, оптимизация, размещение, скважина.

## Введение

Для настоящего времени характерным является увеличение доли месторождений нефти и газа со сложным геологическим строением, большой глубиной залегания продуктивных пластов, аномальными термобарическими условиями, сложным составом пластовых флюидов, неблагоприятными климатическими условиями добычи. Отмеченная тенденция сохранится и в ближайшем будущем. Усложнение объектов разработки приводит к необходимости применения более сложных технологий и технических средств добычи, что ведет к росту капитальных и эксплуатационных затрат на разработку месторождений. В связи с этим усиливается роль математических средств, применение которых способствует снижению риска принятия проектных решений, сопряженных со значительным ущербом экономического и экологического характера. Разработке таких математических средств посвящена данная статья.

Типичной ситуацией является разработка газовых залежей кустами добывающих скважин при отсутствии нагнетательных скважин. Это означает, что устья скважин, принадлежащих одному кусту, располагаются на относительно близком друг от друга расстоянии, т.е. размещаются на одной кустовой площадке. В этом случае к ключевым проектным решениям относится формирование схем размещения скважин, которое состоит в решении 3-х задач: расстановки скважин, размещении кустовых площадок и распределении скважин по кустам. Необходимость учета и природных, и технологических, и экономических факторов приводит к тому, что решение каждой из трех указанных задач влияет на решение двух остальных. Поэтому требуется их согласованное (совместное) решение. Ниже предлагается модель оптимизации, применение которой ориентируется на выполнение этого требования.

## 1 Постановка задачи

Существует значительное число работ, в которых предлагаются различные способы формализации процедур формирования сеток скважин на залежах нефти и газа. Обзор работ по данной тематике можно найти в статье [1], библиография которой содержит ссылки на 37 публикаций. Работы отличаются наборами исходных данных, критериями оптимальности, ограничениями на выбор искомым переменных и, соответственно, методами решения поставленных задач.

Предлагаемый ниже подход к формированию и выбору оптимальных сеток скважин базируется на идеях, представленных в работах [2,3]. Их основным отличием от подходов других исследователей является то, что в качестве критериев оптимизации используются не только технико-экономические показатели, но и эвристические правила (критерии) рациональной разработки залежей, проверенные многолетней практикой освоения углеводородных ресурсов. В работах [2,3] в качестве такого правила используется критерий, в соответствие с которым расстановка скважин представляет собой

компромисс между приближением скважин к любому участку продуктивного пласта и приближением к участкам с наибольшими запасами газа [2]. Степень нарушения этого правила оценивается количественным показателем – «штрафом» (см. раздел 2).

При использовании эвристических правил, в частности, указанного выше, возникает возможность радикального сокращения числа обращений к программным комплексам по гидродинамическому моделированию процессов фильтрации нефти и газа в пористых средах, что значительно облегчает применение оптимизационных процедур.

При формировании и выборе оптимальных сеток скважин необходимо также выполнить ограничения технологического характера, а именно, требования к максимально допустимому числу скважин в кусте и максимально возможному расстоянию между забоем скважины и кустовой площадкой, примерное равенство областей дренирования скважин.

Учитывая предыдущие замечания, постановку задачи можно сформулировать следующим образом:

определить такое расположение заданного числа скважин и заданного числа кустовых площадок на залежи, а также такое распределение скважин по кустам, которые обеспечат минимальный штраф за нарушение правила рациональной расстановки скважин и минимальные затраты на строительство скважин и кустовых площадок при выполнении ограничений на расстояние между забоем скважины и кустовой площадкой и количество скважин в кусте.

## 2 Математическая формулировка задачи

Перейдем к формализации отмеченного выше эвристического правила рациональной расстановки скважин. С этой целью, прежде всего, продуктивный пласт заменяется его двумерной проекцией на горизонтальную плоскость, состоящей из одинаковых по площади квадратов. Каждый из таких квадратов (назовем их «блоками») может содержать забой скважины. Минимальное количество блоков можно определить, исходя из заданного числа скважин, подлежащих размещению. В этом случае количество блоков будет превосходить число скважин в 9 раз. Если рассматривается разработка залежи вертикальными скважинами, то максимальное количество блоков можно найти, исходя из минимально допустимого расстояния между забоями скважин, которое становится расстоянием между центрами блоков и равняется длине стороны квадрата. Если же рассматривается разработка залежи горизонтальными скважинами, то максимальное количество блоков можно оценить, исходя из минимальной площади блока, позволяющей разместить в нем горизонтальный ствол заданной длины.

Следуя работе [2], введем понятие – «область влияния» скважины. Под этим термином понимается множество блоков, из которых скважина обеспечивается основным притоком пластовых флюидов. Для равномерного распределения блоков по скважинам области влияния содержат одинаковое количество блоков –  $n/s$ , где  $n$  – число блоков,  $s$  – число скважин,  $n > s$ , причем  $n/s$  – целое число. Выполнения последнего условия можно добиться добавлением фиктивных блоков с нулевыми запасами газа, располагая их на периферии залежи.

Пусть  $V_j$  – запасы газа  $j$ -го блока, а  $R_{ij}$  – расстояние между центрами  $i$ -го и  $j$ -го блоков,  $i, j = \overline{1, n}$ . Введем параметры  $v_j$  и  $r_{ij}$  такие, что

$$v_j = V_j / \max_{1 \leq q \leq n} \{V_q\}; \quad r_{ij} = R_{ij} / \max_{\substack{1 \leq p \leq n \\ 1 \leq q \leq n}} \{R_{pq}\}. \quad (1)$$

Пусть  $\gamma$  – оценка важности показателя «расстояние» с точки зрения расстановки скважин,  $0 \leq \gamma \leq 1$ . Если  $\gamma = 1$ , то считается, что запасы блоков не влияют на расстановку скважин. Если же  $\gamma = 0$ , то считается, что расстояния между скважинами и участками пласта не влияют на расстановку скважин.

Теперь введем параметр  $c_{ij}$  – штраф за включение  $j$ -го блока в область влияния скважины, расположенной в  $i$ -м блоке [2,3]:

$$c_{ij} = \begin{cases} 0, & j = i, \\ v_j^{1-\gamma} r_{ij}^\gamma, & j \neq i. \end{cases} \quad (2)$$

Из формулы (2) следует, что чем больше запасы  $j$ -го блока, включенного в область влияния скважины, расположенной в  $i$ -м блоке, и больше расстояние между этими блоками, тем выше штраф.

Итак, исходной информацией для формализации критерия оптимальной расстановки скважин является матрица штрафов  $\{c_{ij}\}$ .

Перейдем к формированию исходных данных для формализации критерия оптимального размещения кустовых площадок и распределения скважин по кустам. Для этого, как и выше,

продуктивный пласт заменяется двумерной проекцией на плоскость, состоящей из одинаковых по площади квадратов (назовем такие квадраты «зонами»). В центре каждой такой зоны может располагаться кустовая площадка. Количество, размеры и расположение зон могут не совпадать с аналогичными характеристиками блоков, предназначенных для размещения скважин. Минимальное число зон равняется числу кустов. Максимальное число зон определяется минимальной площадью, необходимой для размещения кустовой площадки.

Пусть  $m$  – количество зон, а  $k$  – число кустовых площадок (следовательно, и кустов),  $m \geq k$ . Обозначим через  $c$  – стоимость бурения скважины единичной длины (например, одного километра), а через  $C_t$  – затраты на строительство кустовой площадки в  $t$ -й зоне,  $t = \overline{1, m}$ . Пусть  $w$  – максимально допустимое число скважин в кусте;  $L_{it}$  – расстояние между центром  $t$ -й зоны и забоем скважины, находящейся в  $i$ -м блоке, а  $L$  – максимально допустимое расстояние между забоем скважины и кустовой площадкой. Чтобы все скважины были распределены по кустам, потребуем выполнения условия:  $k \cdot w \geq s$ , где  $s$  – заданное число скважин.

Введем 3 группы искоемых переменных:

1)  $x_{ij} = 1$ , если  $j$ -й блок включается в область влияния скважины, находящейся в  $i$ -м блоке, и  $x_{ij} = 0$  в ином случае,  $i, j = \overline{1, n}$ , т.е. набор  $\{x_{ij}\}$  определяет расстановку скважин; причем, если  $x_{ii} = 1$ , то  $i$ -й блок содержит забой скважины, в ином случае  $i$ -й блок не содержит забой скважины;

2)  $z_t = 1$ , если кустовая площадка расположена в  $t$ -й зоне и  $\{z_t\} = 0$  в ином случае,  $t = \overline{1, m}$ , т.е. набор  $\{z_t\}$  определяет размещение кустовых площадок;

3)  $y_{it} = 1$ , если скважина, забой которой находится в  $i$ -м блоке, включается в  $t$ -й куст, и  $y_{it} = 0$  в ином случае, т.е. набор  $\{y_{it}\}$  определяет распределение скважин по кустам.

С учетом введенных обозначений модель оптимизации представляет собой задачу нелинейного булева программирования с двумя критериями:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min_{x,y,z} \quad (3)$$

$$c \sum_{i=1}^n \sum_{t=1}^m L_{it} y_{it} + \sum_{t=1}^m C_t z_t \rightarrow \min_{x,y,z} \quad (4)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ii} = s \quad (5)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1, \quad j = \overline{1, n} \quad (6)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = (n/s) x_{ii}, \quad i = \overline{1, n} \quad (7)$$

$$\sum_{t=1}^m z_t = k \quad (8)$$

$$\sum_{t=1}^m z_t y_{it} = x_{ij}, \quad i = \overline{1, n} \quad (9)$$

$$\sum_{i=1}^n y_{it} \leq w \cdot z_t, \quad t = \overline{1, m} \quad (10)$$

$$y_{it} \cdot L_{it} \leq L, \quad i = \overline{1, n}, \quad t = \overline{1, m} \quad (11)$$

$$x_{ij}, y_{it}, z_t \in \{0, 1\}, \quad i = \overline{1, n}, \quad j = \overline{1, n}, \quad t = \overline{1, m} \quad (12)$$

В модели оптимизации (3) – (12):

- (3) – критерий: минимум суммарного штрафа за нарушение правила рациональной расстановки скважин;
- (4) – критерий: минимум затрат на строительство скважин и кустовых площадок;
- (5) – ограничение на число скважин;
- (6) – условие: любой блок должен входить только в одну область влияния;
- (7) – число блоков в любой области влияния должно равняться  $n/s$ ;
- (8) – ограничение на количество кустов (кустовых площадок);
- (9) – условие: любая скважина должна включаться только в один куст;
- (10) – число скважин в любом кусте не должно превосходить заданное значение;
- (11) – расстояние между забоем скважины и кустовой площадкой не должно превосходить заданное значение.

### 3 Методика решения задачи (3) – (12)

Решение задачи (3) – (12) можно получить каким-либо методом дискретного программирования, например, методом ветвей и границ [4]. Также используется известный прием, в соответствие с которым один из критериев преобразуется в ограничение.

Вначале решается задача (3), (5) – (7) относительно только булевых переменных  $x_{ij}$ ,  $i, j = \overline{1, n}$ . Пусть  $\{x_{ij}^{(0)}\}$  – оптимальное решение этой задачи. После этого осуществляется попытка решения задачи (4),(8),(9),(10),(12) относительно переменных  $z_t$  и  $y_{it}$ ,  $t = \overline{1, m}$ , при уже известных  $x_{ij}^{(0)}$ . Допустимое решение задачи (4),(8),(9),(10),(12) всегда существует, т.к. по условию  $k \cdot w \geq s$ . Обозначим через набор  $\{z_t^{(0)}, y_{it}^{(0)}\}$  – оптимальное решение задачи (4),(8),(9),(10),(12). Если для набора  $\{y_{it}^{(0)}\}$  выполняются ограничения (11), то набор  $\{x_{ij}^{(0)}, z_t^{(0)}, y_{it}^{(0)}\}$  является оптимальным решением исходной задачи (3) – (12), и все вычислительные операции заканчиваются.

В противном случае, т.е. при нарушении ограничений (11) для набора  $\{y_{it}^{(0)}\}$ , необходимо продолжить вычисления, выполняя следующие операции.

1. Определяется  $F_0$  – значение функции цели (3) для набора  $\{x_{ij}^{(0)}\}$ :

$$F_0 \equiv \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij}^{(0)}.$$

2. Вводится параметр  $\varepsilon > 0$ , который задает степень допустимого «ухудшения» функции цели (3). После этого критерий оптимальности (3) заменяется ограничением:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij}^{(0)} \leq (1 + \varepsilon) F_0. \quad (13)$$

3. Решается задача (4) – (10),(12),(13). Для найденного оптимального решения этой задачи проверяется выполнение ограничений (11). Если ограничения (11) выполняются, то оптимальное решение задачи (4) – (10),(12),(13) принимается за окончательное (приближенное) решение исходной задачи (3) – (12). В ином случае  $\varepsilon$  увеличивается, например, в 2 раза и требуется возвратиться к п. 2, и т.д.

### 4 Определение параметров функции цели (3)

Согласно формуле (2)  $c_{ij}$  – коэффициенты при искомым переменных в функции цели (3) включают  $V_j$  – запасы газа  $j$ -го блока,  $R_{ij}$  – расстояние между центрами  $i$ -го и  $j$ -го блоков и  $\gamma$  – степень важности («вес») показателя «расстояние».

Оценку параметра  $\gamma$  можно получить на основе экспертного опроса. Запасы блока можно оценить, используя данные геологической модели залежи. В качестве «расстояния» между центрами блоков не обязательно использовать нормированное евклидово расстояние (см. формулу (1)). В работе [3] предлагается способ оценки расстояния между блоками, учитывающий фильтрационные характеристики продуктивных пластов. Согласно работе [3] в комплекс исходных параметров

включаются  $\omega_i$  – коэффициенты, характеризующие сопротивление фильтрации газа:  $\omega_i=(k_i h_i)^{-1}$ , где  $k_i$  – проницаемость, а  $h_i$  – газонасыщенная толщина  $i$ -го блока. После этого множество блоков заменяется графом. Вершинами в таком графе являются центры блоков, а дугами – отрезки, соединяющие соседние вершины. Под соседними вершинами понимаются центры соседних блоков. Под соседними блоками понимаются блоки, имеющие общую сторону. Пусть  $p$ -й и  $q$ -й блоки являются соседними. Тогда  $\omega_{pq}$  – длина дуги между этими блоками равняется  $\omega_{pq}=(\omega_p+\omega_q)/2$ . В качестве  $R_{ij}$  – расстояния между  $i$ -м и  $j$ -м блоками принимается минимальная суммарная длина дуг, соединяющих  $i$ -ю и  $j$ -ю вершины. Это означает, что для каждой пары вершин (пары блоков) решается известная задача о кратчайшем пути [5].

## 5 Примеры формирования схем размещения скважин

Ниже приведены примеры решения поставленных задач для залежи, природные характеристики которой близки к аналогичным параметрам Вынгапуровского месторождения. Забои всех скважин находятся на одинаковой глубине. Исследовались два варианта: раздельное решение (вариант 1) и совместное решение (вариант 2) задач расстановки скважин, размещения кустовых площадок и распределения скважин по кустам. Т.е. в варианте 1 последовательно решались две однокритериальные задачи. В варианте 2 решалась одна двухкритериальная задача (3) – (12). Другими словами, в варианте 1 сначала решалась задача расстановки скважин относительно булевых искомым переменных  $x_{ij}$  (задача (3), (5) – (7)). Затем при известных  $x_{ij}$  решалась задача размещения кустовых площадок и распределения скважин по кустам относительно искомым переменных  $z_t$  и  $y_{it}$  без ограничений (11), т.е. задача (4), (8), (9), (10), (12).

Расчеты выполнялись с использованием программного комплекса Gurobi Optimizer [6]. Исходные данные приведены в таблице 1.

Таблица 1. Исходные данные

параметр $\gamma$	кол-во блоков, $n$	кол-во зон, $m$	число скважин, $s$	число кустов, $k$	макс. число скважин в кусте, $w$	макс. расстояние между забоем и кустовой площадкой, $L$
0,1	495	495	55	21	8	2236 м

При решении задач предполагалось, что стоимость строительства кустовых площадок одинакова для всех зон их размещения. Поэтому с учетом ограничения (8) критерий (4) принимает вид:

$$\sum \sum L$$

Графическая иллюстрация раздельного решения задач (вариант1) представлена на рисунке 1. На этом рисунке приведено расположение скважин и кустовых площадок на карте распределения запасов. Скважины одного куста отмечены одинаковым цветом. Расстановка скважин, приведенная на рисунке 1, нарушает ограничения (11). На рисунке 2 приведены расположение скважин, их распределение по кустам и размещение кустовых площадок при совместном решении (вариант 2).

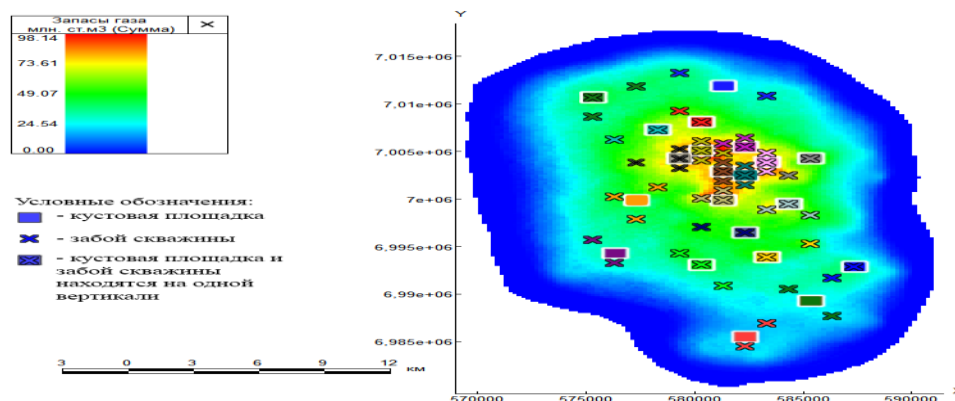


Рис. 1. Результаты раздельного решения задач (вариант 1)

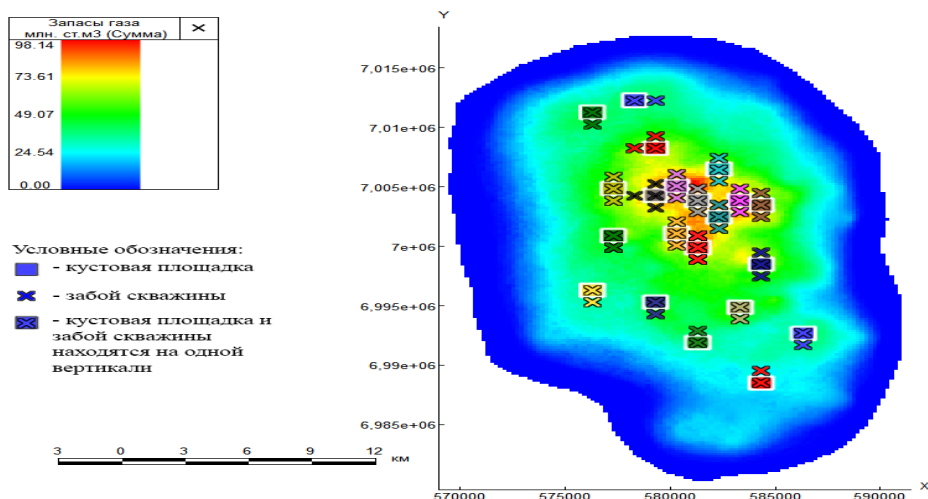


Рис. 2. Результаты совместного решения задач (вариант 2)

## Заключение

Для задач проектирования крупномасштабных систем, к которым относятся месторождения нефти и газа, типичной ситуацией является наличие нескольких критериев эффективности. В данной случае качество полученных решений, оптимальных с точки зрения критериев (3) и (4), можно оценить по значению коэффициента извлечения газа (КИГ). Этот показатель относится к основным технико-экономическим показателям эффективности разработки газовых залежей. Выполненные на гидродинамическом симуляторе расчеты КИГ для двух вариантов привели к следующим результатам: КИГ для варианта 1 равняется 97,1%, а для варианта 2 – 97,0%. Высокие значения КИГ обусловлены не только хорошими фильтрационными характеристиками объекта добычи газа и длительным сроком его разработки (35 лет), но и выполнением критериев оптимальности (3) и (4). В варианте 2 КИГ имеет меньшее значение. Однако за счет более компактного размещения скважин, что необходимо для выполнения ограничения (11), этот вариант может оказаться более предпочтительным с точки зрения экономических показателей.

Решая задачу (3) – (12) для различного числа скважин, кустов, максимального количества скважин в кусте, различных значений максимального расстояния от забоев до кустовых площадок, нескольких значений параметра  $\gamma$ , и, дополняя алгоритмы оптимизации расчетами на гидродинамической модели залежи, можно в автоматизированном режиме сформировать различные варианты разработки залежи, обладающие высокой степенью обоснованности.

## Литература

1. Ghazi AlQahtani, Ravi Vadapalli, Shameen Siddiqui, Srimoyee Bhattacharya. Well Optimization Strategies in Conventional Reservoirs/SPE 160861/ Technical Symposium and Exhibition held in Al-Khobar, Saudi Arabia, 8-11 April, 2012.
2. Ермолаев А.И., Ибрагимов И.И. Модель рационального размещения скважин при разработке газовых и газоконденсатных месторождений. // ИПУ им. В.А. Трапезникова РАН. Т. XXVII, 2006. – С. 118-123.
3. Ermolaev, A.I., Kuvichko, A.M. NPC-Based Optimal Well Placement// Proceedings «ECMOR XIII – 13th European Conference on the Mathematics of Oil Recovery». – Biarritz, France, 10-13 September 2012.
4. Сигал И.Х., Иванова А.П. Введение в прикладное дискретное программирование: модели и вычислительные алгоритмы. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 240 с.
5. Christofides N. Graph Theory: An Algorithmic Approach. - Academic Press Inc., London, 1975. – 400 p.
6. <https://www.gurobi.com/products/gurobi-optimizer/>.