ОСОБЕННОСТИ ЗАДАЧ ПЛАНИРОВАНИЯ ПРОИЗВОДСТВА БОЛЬШОЙ РАЗМЕРНОСТИ И СЛОЖНОСТЬ НЕСОВМЕСТНЫХ ЗАДАЧ

Цодиков Ю.М.

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН.
Россия, г. Москва, ул. Профсоюзная д.65
tsodikov_y@mail.ru, tsodikov@ipu.ru

Аннотация: Источники противоречивых ограничений модели планирования работы НПЗ связаны с различными факторами: требованиями рынка, возможностями производства, качеством сырья, качеством продуктов и экологией. Описаны особености таких задач и обосновывается высокая вероятность несовместности. Рассмотрены примеры несовместных задач и на основе примеров введена количественная оценка сложности анализа несовместных задач.

Ключевые слова: оптимальное производственное планирование, свойства несовместных задач, противоречивые модели, последовательное линейное программирование (ПЛП).

Введение

При оптимальном планировании производства обычно выдвигаются требования достижения высокой эффективности при ограниченных ресурсах, что зачастую приводит к противоречивой модели. В модели оптимального планирования производства присутствие противоречивых требований закономерно. Противоречивые требования могут приводить к несовместной задаче. Модели оптимального планирования производства имеют, как правило, большую размерность. В этом случае трудности содержательной интерпретации несовместного решения являются одним из основных факторов, ограничивающих применение моделей большой размерности. Опыт применения систем оптимального планирования показывает, что эта проблема вынуждает специалистов плановых служб заводов и компаний в сложных случаях упрощать задачу для получения результатов расчетов в требуемые сроки. Необходимо понимать, что значительное время уходит не на компьютерный расчет, а на анализ результатов специалистом и обсуждение с другими специалистами возможных изменений плановых ограничений в сложившейся ситуации. Эти обстоятельства приводят к тому, что специалисты по моделированию, ответственные за расчет плана, стремятся ограничить размерность задачи планирования. Модель оптимального планирования производства может быть несовместной в результате недостаточного количества ресурсов для выполнения поставленных задач в плановом периоде; ошибок в структуре и параметрах модели; а также совместного действия этих двух факторов. При планировании производства специалисты плановой службы завода часто вносят изменения в модель, что может приводить к противоречивым ограничениям.

При получении несовместного решения специалист должен: (1) анализируя результаты, найти ограничения, которые являются причиной несовместного решения, а затем (2) определить ресурсы, которые возможно дополнительно выделить в данных условиях работы завода. Это две сложные интеллектуальные задачи. Первая задача является интерпретацией или диагностикой несовместного решения. Когда определены ограничения, являющиеся причиной несовместного решения, то можно рассчитать варианты с изменением этих ограничений так, чтоб получить допустимое решение. Однако, ограниченные ресурсы, являющиеся причиной несовместного решения, могут быть такие, что их невозможно изменить в сложившихся условиях. Например, поступившее на завод сырье необходимо переработать в плановом периоде, остановленные на ремонт установки нельзя ввести в эксплуатацию до окончания ремонта, действующие договоры необходимо выполнять. В таком случае нужно найти другие ограниченные ресурсы, которые можно изменить так, чтобы получить допустимое решение, либо установить, что это невозможно. Для этого рассчитывают разные варианты и анализируют результаты, что требует значительного времени и может помешать получить результаты расчета плана в требуемые сроки, что, в свою очередь, ограничивает применение моделей планирования большой размерности.

Существуют также другие факторы, которые ограничивают размерность задач оптимального планирования: производственная структура компании, организация транспорта продукции и сырья, организационная структура служб, принимающих решения по вопросам планирования. Все эти факторы учитываются при разработке модели и работе специалистов плановой службы, применяющих модели планирования.

При применении линейного программирования (ЛП) для решения задачи оптимального планирования в случае несовместных ограничений симплекс метод дает список найденных несовместных ограничений, который, как правило, не позволяет однозначно определить, какие ограниченные ресурсы являются причиной несовместности. Список несовместных ограничений получается на первом этапе симплекс метода при одинаковых штрафах за нарушение любых ограничений. Аналогичный список получается при применении других методов решения задачи ЛП. Общим методом поиска решения несовместной задачи является введение штрафных переменных [1-7].

При большой размерности задачи планирования анализ полученных вариантов для интерпретации несовместного решения является достаточно сложной задачей. Вопрос о сложности интерпретации решения несовместной задачи актуален при применении моделей большой размерности в производственных условиях, когда есть определенные сроки для расчета плана и анализа результатов, а также при обучении специалистов плановых служб. Для задачи планирования производства нефтеперерабатывающего завода (НПЗ) сложность этой задачи определяется информационной сложностью модели, в которой различные параметры взаимосвязаны (качество сырья, режимы установок, запасы сырья, количество и качество нефтепродуктов).

1 Противоречивые ограничения и другие особености задач большой размерности

Источники противоречивых ограничений модели планирования связаны с различными факторами: требованиями рынка сбыта, возможностями производства, качеством сырья и показателями качества продуктов. Матрица ограничений модели завода генерируется программой на основе данных о структуре модели, технологической схеме, подмоделях установок и процессов. При этом создаются ограничения, которые могут быть противоречивы в некотором диапазоне значений параметров модели и переменных.

Рассмотрим для примера одну из возможных причин возникновения противоречивых условий. Экологические требования по качеству продуктов в мире возрастают постоянно и эти требования рынка сбыта вступают в противоречия с существующими возможностям установок по качеству продуктов. Например, с 1990 по 2015 г требования по максимальному содержанию серы в дизельном топливе изменились с 0,2% до 10 ппм (0,001%). Такая ситуация в России и в мире требует разработки и выполнения дорогостоящих программ реконструкции. А до тех пор пока не выполнена реконструкция есть противоречие между требованием рынка и возможностями производства. Это противоречие разрешается за счет производства в ограниченном количестве продуктов с более высоким содержанием серы и более низкой стоимостью при добавлении такого варианта продуктов в модель. Такой содержательный смысл одной из возможных причин возникновения противоречивых условий. В 2020 и 2021 г аналогичная ситуация на заводах в России с производством тяжелого судового топлива, т.к. введено требование на содержание серы до 0,5% вместо 1,5%. Качество нефтяного сырья заводов по мере истощения месторождений и разработке новых может снижаться. Это также создает трудности с выполнением требованиям по качеству нефтепродуктов. Характер ряда других противоречивых условий виден из описания моделей заводов [3,11].

Множество противоречивых условий модели должно быть согласовано в оптимальном решении на плановый период, например месяц, Но возможна такая ситуация, когда нет решения, которое удовлетворяло бы всем требованиям. В таком случае противоречивые условия модели приводят к несовместной задаче. В модели оптимального планирования производства наличие противоречивых условий является закономерностью, а не каким-то исключительным и редким явлением. Модели с противоречивыми условиями рассматривались в работах по математическому программированию [5-7]. Но есть разные постановки задачи: получить допустимое решение, определить причину несовместности, выделить минимальную группу несовместных ограничений и другие [11].

По некоторым ограничениям допустимы отклонения от требований: по количеству получаемых продуктов, по количеству сырья и другие, Но по многим ограничениям нарушение требований недопустимо. Такие обязательные требования включают: показатели качества продуктов, максимальную и минимальную производительность установок, максимальный уровень запасов в резервуарах и другие. Обязательное выполнение этих требований определяется стандартами, требованиями по безопасности и другими условиями, которые при планировании производства невозможно изменить.

Другой особенность модели оптимального планирования является избыточность системы ограничений задачи. Избыточность системы ограничений создает проблемы по анализу полученного решения, например, нестабильность двойственных оценок. Эти вопросы изучались в работах по математическому программированию. Здесь отметим только одну особенность - избыточность системы ограничений существенно осложняет анализ причин несовместного решения, так как увеличивает число возможных причин. При построении ограничений модели программой возникают избыточные ограничения, которые близки только в некоторых областях значений параметров модели и переменных. Избыточность системы ограничений невозможно устранить, так как эти ограничения близки, но не эквивалентны.

Еще одной особенностью модели оптимального планирования работы НПЗ является связь одних ограничений системы с другими для многих ограничений. Выделить изолированную группу связанных ограничений, которая включала бы небольшое число таких ограничений, практически невозможно.

Для проверки закономерностей несовместных решений был проведен анализ несовместных задач для моделей разных заводов. Параметры моделей разных НПЗ приводится ниже в таблице. Модели с №1 по №6 это модели, для которых возникали трудности с диагностикой причин несовместности. Для моделей №7 и №8 меньшей размерности диагностика причин несовместности была достаточно простой .

Таблица 1. Данные моделей разных заводов.

	Переменных задачи ЛП	**Ограничений задачи ЛП**	**Ненулевых элементов матрицы**
Модель НПЗ №1	4526	2942	26922
Модель НПЗ №2	2837	2168	18161
Модель НПЗ №3	1671	1108	8263
Модель НПЗ №4	5200	3559	28745
Модель НПЗ №5	5420	4321	20232
Модель НПЗ №6	3263	2323	21463
Модель НПЗ №7	445	629	2908
Модель НПЗ №8	778	436	3849

Для модели оптимального планирования работы НПЗ №1 связь одних ограничений системы с другими показана в следующей таблице №2.

Таблица 2

	Группы ограничений	**Коли-** чество	**Количество** ограничний	**Связи в** группе	**Связи между ограничениями**							
					1	2	3	4	5	6	7	8
1	Сырье		68			+	+					
2	Продукты		106	+	+	+	+			+		
3	Производительность установок		127	+	+	+	+	+	+	+	+	+
4	Вспомогательные материалы		1									
5	Энергозатраты		60				+					
6	Смеси продуктов (кол-во)	41	348	+			+			+		
7	Смеси сырья устаовок и др.	54	162	+			+				+	
8	Материальные балансы		576				+					
9	Прочие ограничения		1494									
	Всего ограничений		2942									

В таблице показаны группы ограничений: сырье, продукты, установки, смеси, показатели качества продуктов и другие ограничения. Основное сырье завода это нефть, газ, конденсат, но модель включает как сырье все, что участвует в расчете баланса установок. Знаком «+» отмечены ограничения внутри группы и между разными группами, которые могут быть связаны и могут быть противоречивы. Например, производительность одной установки может быть не согласована с другими или не согласована с количеством сырья. Для каждой группы указано количество ограничений, для смесей указано количество смесей товарных нефтепродуктов, смесей сырья установок и других смесей.

В таблице №3 указаны ограничения на показатели качества нефтепродуктов, получаемых путем смешения компонентов. В данной модели учитывается достаточно много марок нефтепродуктов, т.к. модель описывает процесс реконструкции и развития НПЗ, направленный на повышение экологических и эксплуатационных характеристик топлив. В модели учитывается смешение разных по качеству и сезонам марок топлив: бензинов 12 марок, керосина – 3, дизтоплива – 12, остаточных топлив – 14. Для смесей сырья установок также рассчитываются показатели качества в зависимости от состава (плотность, содержание серы и др.).

Таблица 3

	Нефтепродукты			
Ограничения на качество	**Бензин**	**Реактивное топливо**	**Дизельное топливо**	**Остаточные топлива**
Плотность	+	+	+	+
Октановое число	+/+			
Цетановое число / Дизельный индекс			+/+	
Тем-ра выкипания 50 % об.	+	+	+	
Давление насыщенных паров	+		+	
Содержание серы	+	+		+
Температура вспышки		+	+	+
Температура застывания			+	+
Тем-ра начала кристаллизации		+		
Температура помутнения			+	
Вязкость при 20 или 50 □С		+(20)	+(20)	+(50)
Содержание бутанов	+			
Содержание ароматики	+	+		
Объемная доля бензола	+		+	
Композиционные ограничения	+	+	+	+
Всего ограничений	9+	7+	9+	5+

С учетом таких особенностей моделей большой размерности наиболее универсальным методом поиска решения несовместной задачи является введение штрафных переменных. Другие методы кратко рассматривались в [14]. Введение дифференцированных штрафов за нарушение разных групп ограничений предусмотрено в системе RPMS [3]. Аналогично штрафы вводятся за нарушение ограничений в системе PIMS и других системах применяемых для оптимального планирования производства. Такие системы оптимизации применяются практически на всех заводах и во всех нефтяных компаниях в мире. В разных программах оптимизации предусмотрено введение штрафов за нарушение отдельных типов ограничений. В руководстве программ оптимизации Xpress также предлагается вводить переменные - отклонения в ограничениях, чтобы сделать их допустимыми и эти отклонения штрафуются в целевой функции, таким образом, вводятся штрафные функции [4].. Трудность анализа результатов задачи со штрафными переменными состоит в том, что в решении часто получается достаточно много не нулевых отклонений в ограничениях (например, 10-20), в то время как причиной несовместности может быть одно ограничение. Эти трудности существенны только для задач большой размерности. Но иногда для таких задач в решении возможен и простой вариант с одной штрафной переменной, имеющей не нулевое значение.

2 Модель оптимального планирования и анализ несовместных ограничений

Модель оптимального планирования НПЗ на один период имеет следующий вид [10-11]:

$$F = \sum_{j=1}^{n} c_j x_{jr} \qquad F \to \max \tag{1}$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ijr} x_{jr} = b_i, \quad i = 1,...m, \quad x_{jr} \ge 0 \qquad x_{jr} \tag{2}$$

$$a_{ijr} = f_{ij}(q_{ijr-1}), \tag{3}$$

$$q_{ijr-1} = \varphi_{ij}(\chi_{1r-1}, \chi_{2r-1}, \cdots \chi_{nr-1}) \tag{4}$$

Здесь F - прибыль, x_{jr} - переменные задачи, потоки сырья, продукта или энергоносителя*;*

r – шаг вычислительного процесса (рекурсии), состоящий в решении задачи (1-2),

a_{ijr} - коэффициенты матрицы $A^r\{a_{ijr}\}$; c_j - цены, b_i - коэффициенты ограничений.

Часть коэффициентов матрицы a_{ijr} являются постоянными величинами, а другие определены соотношениями (3, 4). Задача ЛП (1-2) решается при заданных начальных значениях величин q_{ij0} и коэффициентов матрицы. После решения задачи ЛП (1-2) те коэффициенты матрицы a_{ijr}, которые определены зависимостями (3-4), пересчитываются на каждом шаге r вычислительного процесса. При первом решении задачи (1-2) r=1 начальные значения показателей q_{ij0} заданы. Задача (1-4) по существу является нелинейной со значительным числом переменных, которые входят в нелинейные зависимости (3-4).

Форма записи задачи (1-4) предполагает решение методом последовательного моделирования и оптимизации, который рассматривается как вариант метода последовательного линейного программирования (ПЛП) [9-10]. В результате моделирования (3-4) определяются параметры линеаризованной модели, а затем решается задача линейного программирования (1-2). Если нет допустимого решения задачи (1-2), то процесс завершается и затем нужно анализировать несовместное решение. Если есть допустимое решение, то после получения решения задачи ЛП проверяется точность моделирования путем сравнения значений параметров: q_{ijr-1} и q_{ijr}, а также коэффициентов матрицы a_{ijr}, которые пересчитываются. Этот процесс рекурсивно повторяется до получения заданной точности моделирования и линеаризации:

$$\left| \; q_{ijr} - q_{ijr-1} \; \right| \le \varepsilon_k \tag{5}$$

Величины q_{ijr} имеют разную физическую природу и для каждого показатель качества k возможна разная точность определения ε_k .

Минимальные параметры ЛП модели НПЗ на один период: переменных 1000 – 2000, ограничений 2000 – 4000, ненулевых элементов матрицы 10000 – 20000. При такой размерности модели, при отсутствии допустимого решения проявляются трудности интерпретации несовместных ограничений. Сложность модели характеризуется также нелинейными зависимостями (3-4), по которым пересчитывается около 10% ненулевых элементов матрицы. Для многопериодной модели размерность возрастает.

Несовместное решение задачи ЛП (1-2) может быть получено при первом шаге решения r=1 или при следующих рекурсиях на шаге r>1. Для содержательной интерпретации несовместного решения в модель вводят штрафы u_i>0, v_i>0 с разными коэффициентами d_i за нарушение некоторых типов ограничений. После введения штрафных переменных вместо (1-2) получим следующие ограничения и критерий:

$$F = \sum_{j=1}^{n} c_j x_{jr} - \sum_{i=1}^{m} d_i (u_i + v_i) \quad F \to \max \tag{6}$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ijr} x_{jr} - u_i + v_i = b_i \,,\; i = 1,\ldots m \,,\; x_{jr} \ge 0 \,, \quad u_i \ge 0 \,,\, v_i \ge 0 \tag{7}$$

Предполагается, что после введения штрафных переменных система (6-7) становится совместной. В полученном решении анализируются величины штрафных переменных. Введение штрафов является инструментом исследования модели. Такая возможность исследования модели предусматривается в различных системах оптимального планирования [3, 12]. В системе моделирования НПЗ [3] можно ввести штрафы избирательно с разными коэффициентами d_i за нарушение различных типов ограничений: показателей качества нефтепродуктов, производительности установок, условий материального баланса, энергозатрат и других. С целью исследования могут вводить штрафные переменные и по тем ограничениям, которые невозможно изменить по технологическим условиям производства. Штрафы вводятся только по некоторым группам ограничениям, но в (7) условно показано введение но всем ограничениям. Если решение несовместно, то штрафы вводятся по всем ограничениям. Решение (6-7) может быть неограниченно в зависимости от значений d_i и параметров матрицы, тогда автоматически величины d_i увеличиваются и расчет повторяется.

Специалист по планированию вводит группы штрафных переменных и отдельные переменные в соответствии со своими представлениями о возможных причинах несовместности, основанных на своих знаниях модели, системы моделирования, технологии производства и текущих условий работы завода.

3 Закономерности несовместных ограничений

В этом разделе сформулированы некоторые закономерности для несовместного решения задачи оптимального планирования большой размерности. Это сделано на основе экспериментальных данных, которые получены для реальных моделей ряда заводов при применении метода последовательного линейного программирования. Закономерности сформулированы для несовместного решения задачи ЛП, получаемой при последовательной линеаризации.

Вся трудность анализа несовместной задачи состоит в том, что в результате решения часто получается много не нулевых переменных u_i>0, v_i>0 в ограничениях в том случае, когда достаточно изменить только одно ограничение для получения допустимого решения. При несовместной задаче, возможно, получить результат, когда в решении нарушено только одного ограничение, которое и является причиной несовместности, но также возможно получить в решении нарушение совершенно других ограничений. Все определяется условием минимума линейной функции с штрафными переменными (6). Этот минимум может достигаться на плоскости (в частном случае в точке), в которой выполняется ограничение, являющееся причиной несовместности, а нарушаются другие ограничения.

Рассмотрим пример решения для модели планирования НПЗ, когда одно ограничение является причиной несовместного решения. Для получения решения в модель были введены штрафы за нарушения следующих ограничений: производительности установок, показателей качества продуктов и материальных балансов для потоков, как это предусматривается в системе оптимизации RPMS. В решении нарушения ограничений возникли по производительности установок и качеству товарных продуктов. Ниже приводится таблица 4 с нарушениями показателей качества смесей товарных продуктов и . таблица 5 с нарушениями производительностей установок.

Таблица 4. Нарушения качества смесей.

СМЕСЬ	ПОКАЗАТЕЛЬ	НАРУШЕНИЕ
95B Премиум 95 кл. 5	RCL ОКТ.ЧИСЛО И.М.	2.7996
98C Супер 98 кл. 5	RCL ОКТ.ЧИСЛО И.М.	2.0905
FO6 Топл. ТСУ-380 в. I	SPG ПЛОТНОСТЬ	0.0245

Таблица 5. Нарушения производительности установок.

УСТАНОВКА	ОПИСАНИЕ	НАРУШЕНИЕ	
KT1	КТ-1 С.001 ВАКУУМН	47.9850	НИЖЕ MIN
KV1	КТ-1 С.001 ВИСБРЕК	38.3944	НИЖЕ MIN
MTB	КТ-1 МТБЭ	49.0000	НИЖЕ MIN
G36	Г-43-6	0.8750	НИЖЕ MIN
375	37/1-5	3.8697	ВЫШЕ MAX
CO3	ИНЕРТНАЯ ПР.№3	1178.298	ВЫШЕ MAX
251	Алкилирование25-12	96.2500	НИЖЕ MIN
247	Л-24-7	30.2153	ВЫШЕ MAX
311	Л-35-11/1000	146.2027	НИЖЕ MIN
211	21-10-3М	157.5658	ВЫШЕ MAX
AC5	КПА С.500 РБ	42.4356	ВЫШЕ MAX
IZM	ИЗОМЕРИЗАЦИЯ	90.1707	ВЫШЕ MAX
KC1	КЦА №1	30.2358	ВЫШЕ MAX

Параметры моделей разных НПЗ приводится в таблице №1. Из таблицы №1 видно при какой размерности задач ЛП возникают трудности диагностики несовместных ограничений. В целом свойства несовместных решений примерно известны из опыта применения моделей оптимального планирования. Здесь предпринята попытка сформулировать эти закономерности достаточно точно. В таком виде свойства решения, можно доказать для некоторых специальных задач.

В результате анализа расчетов с моделями планирования различных заводов при получении несовместных ограничений наблюдаются следующие закономерности задачи (6-7):

1. Одно противоречивое условие в модели может вызвать значительное число штрафных переменных $u_i > 0,\ v_i > 0$.
2. С ростом размерности задачи возрастает число штрафных переменных $u_i > 0,\ v_i > 0$, которые могут возникать при одном противоречивом условии в модели.
3. Группа не нулевых штрафных переменных $u_i > 0,\ v_i > 0$ может быть не стабильной. Состав группы зависит от различных факторов, например, от величин коэффициентов штрафов.
4. Несовместное ограничение, как правило, не изолированно и связано со многими другими ограничениями.

Сложность несовместной задачи можно оценить по числу нарушенных ограничений, когда причиной несовместности является одно ограничение. С ростом размерности сложность диагностики причины несовместного решения может возрастать. Перечисленные выше закономерности проявляются достаточно часто, но наряду с этим могут быть простые случаи, когда одно противоречивое условие в модели приводит к одному несовместному ограничению. По смыслу задачи для НПЗ разные ограничения (2, 7) существенно связаны между собой. Например, условия по производительности установок, количеству нефти, качеству нефти, качеству смесей и другие могут приводить к одним и тем же несовместным ограничениям.

4 Специальная задача ЛП и сложность анализа несовместных задач.

Рассмотрим специальную несовместную задачу ЛП с n переменными и m ограничениями неравенствами при m=n+1. Выпишем задачу ЛП в удобном для дальнейшего виде:

$$F = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \qquad F \to \max \tag{8}$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \ge b_i \qquad i=1,\ldots m,\ x_i \ge 0,\ m=n+1 . \tag{9}$$

Для задачи (8-9) обозначим допустимое множество задачи M и допустимое множество двойственной задачи M*.

Для каждого ограничения (9) i=1, …, m построим дополнение с обратным знаком неравенства:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j < b_i$$

Следующая система ограничений (10) образуется пересечением дополнений:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j < b_i\ ,\ i = 1,\ldots m,\quad x_j \ge 0\ . \tag{10}$$

Рассмотрим несовместную задачу (8-9), которая имеет следующие свойства:

1. Система несовместных ограничений (9) такая, что при исключении любого одного неравенства система имеет допустимое решение.
2. Все ограничений неравенства системы (9) линейно независимы.
3. Пересечение дополнений (10) образует замкнутое множество.

Симплекс метод на этапе поиска допустимого решения задачи (8-9) определяет дополнительные переменные u_i из условия:

$$\varphi = \min \sum_{i=1}^{m} u_i \ \ 1 \tag{11}$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j + u_i \ge b_i\ ,\ i=1,\ldots m,\ x_j \ge 0\ ,\ u_i \ge 0 \tag{12}$$

Минимум (11) достигается на границе области. На этапе поиска допустимого решения (11-12) симплекс метод даст список несовместных ограничений, включающий некоторые ограничения с переменными $u_i > 0$, $i=1, \ldots, m$.

Для задачи (8-9) и системы ограничений (10) справедливы следующие утверждения:

Для определения на содержательном уровне, какое из *m* ограничений (9) является причиной несовместности задачи необходимо проверить влияние каждого ограничения. На этапе поиска допустимого решения (8-9) некоторые переменные $u_i > 0$, но для определения причины несовместности проверять нужно каждое ограничение. В этом смысле задача (8-9) является максимально сложной для диагностики несовместности.

5. При росте размерности задачи число ограничений (9) возрастает линейно.
6. Система ограничений (10) образует симплекс.

Специальная задача интересна тем, что свойства задачи ЛП (8-9) аналогичны закономерностям, которые описаны выше для общей задачи ЛП, когда она становится несовместной. Задача (8-9) удобна при обучении для объяснения сложности диагностики несовместных ограничений задач планирования большой размерности.

Автор благодарит за существенную помощь в работе студента магистратуры Высшей школы экономики Д.В.Макарова.

Заключение

В работе исследована проблема интерпретации решения несовместной задачи оптимального планирования. Описаны причины формирования противоречивых ограничений и приведены примеры. Показана сложность этой задачи при введении штрафных переменных за нарушение ограничений. Приведена формулировка закономерностей для несовместного решения задачи оптимального планирования большой размерности. Закономерности приведены для несовместного решения задачи ЛП, получаемой при применении метода последовательного линейного программирования.

Литература

1. *Dantzig G.B.* Linear programming and extensions. Princeton University Press. 1998.
2. *Orchard-Hays W.* 1968. Advanced Linear-Programming Computing Techniques. McGraw-Hill. – P.355
3. Refinery and Petrochemical Modeling System (RPMS). Reference Manual. www.honeywell.com.
4. Xpress Optimizer Reference Manual. www.fico.com/fico-xpress-optimization.
5. *Еремин И.И.* Противоречивые модели оптимального планирования. М.: Наука, 1988. 305с.
6. *Chinneck J.W.* Feasibility and infeasibility in optimization. Springer 2008. p.270.
7. *Greenberg H.J.* Computer–Assisted Analysis for Diagnosing Infeasible or Unbounded. Linear Programs, Mathematical Programming Studies Vol.31, 1987. –p.79–97.
8. *Coxhead R.E.* Integrated Planning and Scheduling Systems for the Refining Industry // Optimization in industry. Mathematical Programming and Modeling Techniques in Practice. Ed. Ciriani T.A., Leachman R.C. J. - Wiley&Sons, 1994. - P. 185-199.
9. *Lasdon L.S.* An improved successive linear programming algorithm. Management Science. – 1985, –Vol. 31, N10, –P.1312–1331.
10. *Цодиков Ю.М., Хохлов А.С.* Нелинейные модели оптимального планирования работы нефтеперерабатывающего завода // Тр. VII Московская международная конференция по исследованию операций (ORM2013) Т.2 / М: ВЦ РАН, 2013. – 54–56.
11. *Цодиков Ю.М.* Информационная модель решения несовместной задачи оптимального планирования производства 2018, №4. – 55-62.
12. *Цодиков Ю.М.* Диагностика противоречивых ограничений модели оптимального планирования производства / Материалы 12-й Международной конференции «Управление развитием крупномасштабных систем» (MLSD'2019, Москва). М.: ИПУ РАН, 2019. – С.418-424.
13. *Tsodikov Y.M.* Analysis of an infeasible solution to the refinery planning problem, in «Recent Advances of the Russian Operations Research Society» ed. F. Aleskerov and A.Vasin, Cambridge Scholars Publishing. 2020. – P. 283-290.
14. *Ц одиков Ю.М.* Анализ несовместного решения специальных задач оптимального планирования производства. Материалы 13-й Международной конференции «Управление развитием крупномасштабных систем» (MLSD'2020, Москва), под общей редакцией С.Н.Васильева, А.Д.Цвиркуна, М.: ИПУ РАН, 2020. – С.996-1001.