ДИСКРЕТНО-НЕПРЕРЫВНАЯ СИСТЕМА ДЕЦЕНТРАЛИЗОВАННОГО КОМБИНИРОВАННОГО НЕЛИНЕЙНОГО УПРАВЛЕНИЯ ДВУХЗВЕННЫМ МАНИПУЛЯТОРОМ С ВХОДНЫМИ НАСЫЩЕНИЯМИ[29]

Еремин Е.Л., Никифорова Л.В.

Амурский государственный университет, Россия, г. Благовещенск, Игнатьевское шоссе д. 21

ereminel@mail.ru, chepak@inbox.ru,

Шеленок Е.А.

Тихоокеанский государственный университет, Россия, г. Хабаровск, ул. Тихоокеанская, д. 136

Аннотация: В работе рассматривается задача построения гибридной системы нелинейного комбинированного управления двухзвенным роботом-манипулятором с ограничениями управляющих сигналов. Математическая модель манипулятора представлена в виде двухканального динамического объекта с нелинейными перекрестными связями. С помощью имитационного моделирования показано качество работы предложенной системы управления.

Ключевые слова: критерий гиперустойчивости, неявная эталонная модель, дискретный регулятор, входное насыщение, многосвязный объект управления, децентрализованное управление.

Введение

В последние года значительно увеличилось использование манипуляционных роботов в различных областях, таких как машиностроение, транспорт, медицинская промышленность, военные разработки и других. Использование манипуляторов позволяют, во-первых, заменить использование человеческого труда на производствах, связанных с опасными условиями труда, и/или при выполнении большого количества однотипных повторяющихся операций, и, во-вторых, повысить качество выпускаемой продукции.

Хорошо известно, что роботы-манипуляторы являются сложными механическими системами, содержащими неизмеримые нелинейные зависимости, неизвестные параметры, и функционирующими при действии возмущений [1 – 5]. При этом при разработке систем управления манипуляторами зачастую приходится учитывать наличие входных насыщений, обусловленных необходимостью ограничения уровней сигналов, подаваемых на исполнительные механизмы степеней свободы [6 – 10]. Данное обстоятельство существенно усложняет разработку алгоритмов управления и требует применения специальных подходов.

Поскольку любая система управления реализуется с использованием цифровых промышленных контроллеров еще одной важной задачей является построение дискретных контуров управления манипуляторами. Одним из наиболее распространенных методов решения подобных задач является метод непрерывных моделей, позволяющий строить дискретные алгоритмы управления на основе их аналогов, полученных при аналитическом синтезе непрерывной системы [11 – 14].

В настоящей работе с использованием результатов [10, 13 – 18] решается задача построения децентрализованной системы нелинейного управления двухзвенным манипулятором с ограничениями входных сигналов.

1 Математическое описание системы управления

Рассматривается двухзвенный манипулятор, движение которого, согласно [6] описывается следующим образом:

$$\begin{bmatrix} S(\tau_1) \\ S(\tau_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G_1 \\ G_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f_{dis,1} \\ f_{dis,2} \end{bmatrix}, \quad (1)$$

где q_i, i = 1, 2 – угловые перемещения звеньев робота; τ_i – управляющие сигналы, подаваемые на исполнительные механизмы соответствующих звеньев манипулятора; C_{ij}, i, j = 1, 2 – коэффициенты, описывающие центробежные и кориолисовы силы; G_i – коэффициенты, описывающие действия гравитационной силы; $f_{dis,i}$ – внешние постоянно действующие внешние возмущения; $S(\tau_i)$ – нелинейные функции, соответствующие ограничениям входных сигналам и имеющие вид:

[29] *Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 20-08-00712)*

$$S_i(\tau_i)=\begin{cases} S_{0i}, & \tau_i > S_{0i}, \\ \tau_i, & |\tau_i| \le S_{0i}, \\ -S_{0i}, & \tau_i < -S_{0i} \end{cases} \tag{2}$$

$S_{0i} > 0$ – известные величины, соответствующие уровню ограничений. Коэффициенты из (1) имеют вид

$$\begin{gathered} M_{11} = p_1 + p_2 + 2p_3\cos(q_2),\ M_{12} = p_2 + p_3\cos(q_2),\ M_{21} = p_2 + p_3\cos(q_2),\ M_{22} = p_2, \\ C_{11} = -p_3\dot{q}_2\sin(q_2),\ C_{12} = -p_3(\dot{q}_1+\dot{q}_2)\sin(q_2),\ C_{21} = p_3\dot{q}_1\sin(q_2),\ C_{22} = 0, \\ G_1 = p_4 g\cos(q_1) + p_5 g\cos(q_1+q_2),\ G_2 = p_5 g\cos(q_1+q_2), \\ p_1 = m_1 l_{c1}^2 + m_2 l_1^2 + I_1,\ p_2 = m_2 l_{c2}^2 + I_2,\ p_3 = m_2 l_1 l_{c2},\ p_4 = m_1 l_{c2} + m_2 l_1,\ p_5 = m_2 l_{c2}, \end{gathered} \tag{3}$$

где m_i – массы звеньев манипулятора [кг]; l_i – длины звеньев манипулятора [м]; I_i – моменты инерции [кг·м^2]; l_{ci} – расстояние от ($\underline{i}$ – 1)-го соединения до центра масс соответствующего звена робота [м].

Вводя следующие обозначения: $\tau_i = u_i$, $q_i = x_i$, $\dot{q}_i = \dot{x}_i$, $\ddot{q}_i = \ddot{x}_i$, $f_{dis,i} = f_i$, $i = 1, 2$, математическое описание рассматриваемого робота (1) – (3) можно представить в форме *вход-выход*:

$$y_i(t) = W_i(p)\left\{S_i(u_i(t)) + f_{3i}(t) + F_i(\mathbf{x}_i(t), \mathbf{x}_j(t))\right\};\ i, j = 1, 2,\ i \ne j, \tag{4}$$

где $p = d/dt$ – оператор дифференцирования; $y_i(t)$ – выходные сигналы; $W_i(p)$ – передаточные функции линейных частей локальных подсистем; $f_{3i}(t)$ – возмущения; $F_i(\mathbf{x}_i(t), \mathbf{x}_j(t))$ – скалярные функции, описывающие внутренние нелинейные зависимости и перекрестные связи манипулятора.

Предполагается, что для объекта (4) выполняются следующие условия:

1) нелинейные функции и внешние возмущения удовлетворяют неравенствам:

$$\left|f_i(\mathbf{x}_i(t))\right| \le f_{0i} = const,\ \left|F_i(\mathbf{x}_i(t), \mathbf{x}_j(t))\right| \le F_{0i} = const,\ \forall \mathbf{x}_i(t), \mathbf{x}_j(t) \ne 0,\ i \ne j, \tag{5}$$

где f_{0i} и F_{0i} неизвестные числа;

2) параметры функций $f_{3i}(t)$ и $F_i(\mathbf{x}_i(t), \mathbf{x}_j(t))$ – априорно неизвестные числа: $f_i(\mathbf{x}_i(t)) = f_{\xi i}(\mathbf{x}_i(t))$, $F_i(\mathbf{x}_i(t), \mathbf{x}_j(t)) = F_{\xi i}(\mathbf{x}_i(t), \mathbf{x}_j(t))$, где ξ – неизвестные параметры, входящие в состав известного ограниченного числового множества Ξ;

3) передаточные функции локальных подсистем имеют вид: $W_i(p) = \dfrac{1}{a_i(p)}$, $a_i(p) = p^3 + a_{1i}p^2 + a_{2i}p + a_{3i}$, $i = 1, 2$, где $a_i(p)$ – нормализованные полиномы с неизвестными коэффициентами и произвольным расположением корней;

4) для непосредственного измерения доступны только сигналы $y_i(t)$.

С учетом особенностей рассматриваемого динамического объекта пропустим его выходные сигналы через выходные фильтр-корректоры:

$$y_{Fi}(t) = W_{Fi}(p)y_i(t) = \left(\frac{T_i p + 1}{T_i^* p + 1}\right)^2 y_i(t),\ i = 1, 2, \tag{6}$$

where $y_{Fi}(t)$ – выходы фильтра; $W_{Fi}(p)$ – передаточные функции фильтр-корректора; T_i, T_i^* – постоянные времени. Как показано, например в [18], математическая модель последовательного соединения подсистем объекта (4), (5) и выходных фильтр-корректоров (6) может быть представлена в следующем эквивалентном виде

$$\begin{gathered} y_{Fi}(t) \cong \frac{\tilde{b}_i(p)}{a_i(p)} y_i(t) = \hat{W}_i(p)\left\{\sigma(u_i(t)) + f_i(\mathbf{x}_i(t)) + F_i(\mathbf{x}_i(t), \mathbf{x}_j(t))\right\}, \\ \tilde{b}_i(p) = T_i^2 p^2 + 2T_i p + 1,\ i, j = 1, 2,\ i \ne j. \end{gathered} \tag{7}$$

где $\hat{W}_i(p)$ – передаточная функция полученная из виртуального соединения локальных подсистем объекта (4) и фильтр-корректора (6):

$$\tilde{W}_i(p)=\frac{1}{a_i(p)}\cdot\left(\frac{T_i p+1}{T_i^* p+1}\right)^2=\frac{\tilde{b}_i(p)}{a_i(p)}\cdot\frac{1}{\left(T_i^* p+1\right)^2}=\hat{W}_i(p)\cdot\frac{1}{\left(T_i^* p+1\right)^2},\ i=1,\,2, \tag{8}$$

причем при задании малых значений постоянных времени T_i^* будет иметь место $\frac{1}{\left(T_i^* p+1\right)^2}\cong 1.$ В свою очередь математическую модель (7) можно переписать в форме *вход-состояние-выход*:

$$\begin{gathered}\frac{d\mathbf{x}_i(t)}{dt}=\mathbf{N}_i\mathbf{x}_i(t)+\mathbf{b}_i\left\{\mathbf{a}_i^T\mathbf{x}_i(t)+S_i\left(u_i(t)\right)+f_i\left(\mathbf{x}_i(t)\right)+F_i\left(\mathbf{x}_i(t),\,\mathbf{x}_j(t)\right)\right\},\\ y_{Fi}(t)=\mathbf{c}_i^T\mathbf{x}_i(t),\ x_i(t_0)=x_{i0},\ t\ge t_0=0,\ i,\,j=1,2,\ i\ne j,\end{gathered} \tag{9}$$

где $\mathbf{N}_i$ – нильпотентные (верхне-сдвиговые) матрицы соответствующего размера; $\mathbf{b}_i$ = [0, 0, 1]^T – стационарные векторы; $\mathbf{a}_i^T=\left[a_{3i},\,a_{2i},\,a_{1i}\right]$ и $\mathbf{c}_i^T=\left[\tilde{b}_{2i},\,\tilde{b}_{1i},\,\tilde{b}_{0i}\right]=\left[1,\,2T_i,T_i^2\right]$ – стационарные векторы с соответствующими коэффициентами.

Требуемое перемещение каждого звена манипулятора $y_i(t)$ зададим с помощью соответствующих командных сигналов $r_i(t)$, а динамику локальных основных контуров управления, как и в [18], определим с использованием задающих фильтр-корректоров:

$$\hat{r}_i(t)=W_{Fi}(p)r_i(t)=\left(\frac{T_i p+1}{T_i^* p+1}\right)^2 r_i(t), \tag{10}$$

где $\hat{r}_i(t)$ – некоторые вспомогательные командные сигналы.

2 Цели управления

Основная цель управления (для локальных подсистем объекта управления): требуется обеспечить высокоточное слежение выходов локальных подсистем $y_i(t)$ за локальными задающими воздействиями $r_i(t)$, определяющими желаемое движение каждого из звеньев манипулятора, т.е. выполнить условия:

$$\lim_{t\to\infty}\left|r_i(t)-y_i(t)\right|\le\Delta_{ri},\ \Delta_{ri}=const, \tag{11}$$

где Δ_{ri} – малые относительно максимальных значений локальных задающих воздействий величины.

Вспомогательная цель управления (для локальных основных контуров управления): требуется синтезировать явный вид закона управления

$$u_i(t)=u_i\left(y_{Fi}(t),\,\hat{r}_i(t)\right), \tag{12}$$

обеспечивающего выполнение следующих целевых условий

$$\left|y_i^*(t)-y_{Fi}(t)\right|\cong\left|\hat{r}_i(t)-y_{Fi}(t)\right|\le\hat{\Delta}_{ri},\ \hat{\Delta}_{ri}=const, \tag{13}$$

где $\hat{\Delta}_{ri}$ – малые константы; $y_i^*(t)$ – выходные сигналы локальных неявных эталонных моделей, имеющих математическое описание:

$$y_i^*(t)=\frac{1}{\chi_{*i}^{-1}p+1}\hat{r}_i(t)=\frac{\chi_{*i}}{p+\chi_{*i}}\hat{r}_i(t),\ \chi_{*i}=const>0; \tag{14}$$

или в пространстве состояний:

$$\begin{gathered}\frac{d\mathbf{x}_i^*(t)}{dt}=\mathbf{A}_i^*\mathbf{x}_i^*(t)+\mathbf{b}_i\hat{\chi}_{i*}\hat{r}_i(t),\ y_i^*(t)=\mathbf{c}_i^T\mathbf{x}_i^*(t),\\ \mathbf{x}_i^*(t_0)=0,\ t\ge t_0=0,\ i=1,\,2,\end{gathered} \tag{15}$$

где $\mathbf{x}_i^*(t)=\left[x_{1i}^*(t),\,x_{2i}^*(t),\,x_{3i}^*(t)\right]^T$ – векторы локальных эталонных переменных состояния (требуемое поведение); $\mathbf{A}_i^*=\mathbf{N}_i+\mathbf{b}_i\mathbf{a}_{*i}^T=\mathbf{N}_i+\mathbf{b}_i\left(\mathbf{a}_i-\chi_{*i}\mathbf{c}_i\right)^T$ – гурвицевы матрицы размера (3×3);

χ_{*i}, $\hat{\chi}_{*i} = const \gg 0$ – большие числа; $\mathbf{a}_{*i}^T = (\mathbf{a}_i - \chi_{*i}\mathbf{c}_i)^T = [a_{*3i}, a_{*2i}, a_{*1i}] = \left[a_{3i} - \chi_{*i}\tilde{b}_{2i}, a_{2i} - \chi_{*i}\tilde{b}_{1i}, a_{1i} - \chi_{*i}\tilde{b}_{0i}\right]$ – стационарные векторы с заданными коэффициентами.

3 Алгоритмы непрерывно системы управления

Для синтеза явного вида алгоритмов закона управления (12) воспользуемся методикой критерия гиперустойчивости В.М. Попова. Рассмотрим вектор невязок между состояниями локальных эталонных моделей (15) и локальными переменными состояния подсистем объекта (9) $\mathbf{e}_i(t) = \mathbf{x}_i^*(t) - \mathbf{x}_i(t)$ и запишем эквивалентное математическое описание рассматриваемой системы управления:

$$\frac{d\mathbf{e}_i(t)}{dt} = \mathbf{A}_{*i}\mathbf{e}_i(t) + \mathbf{b}_i\mu_i(t),\ v(t) = \mathbf{c}_i^T\mathbf{e}_i(t) = \hat{r}_i(t) - y_{Fi}(t),$$
$$\mu_i(t) = \hat{\chi}_{*i}\hat{r}_i(t) - \chi_{*i}y_{Fi}(t) - u_i(t) - \left[S_i\left(u_i(t)\right) - u_i(t)\right] - f_i\left(\mathbf{x}_i(t)\right) - F_i\left(\mathbf{x}_i(t), \mathbf{x}_j(t)\right), \tag{16}$$

где $v_i(t)$ и $\mu_i(t)$ – соответственно выходы и входы системы. Для эквивалентной системы (16) требуется обеспечить справедливость двух неравенств:

$$\mathrm{Re}\left[\mathbf{c}_i\left(j\omega\mathbf{E}_i - \mathbf{A}_i^*\right)^{-1}\mathbf{b}_i\right] > 0,\ \forall\omega \ge 0, \tag{17}$$

$$\eta_i(0,t) = -\int_0^t \mu_i(\varsigma)v_i(\varsigma)d\varsigma \ge -\eta_{0i},\ \eta_{0i} = const,\ \forall t > 0,\ i = 1,\ 2, \tag{18}$$

где $\mathbf{E}_i$ единичные матрицы размера (3×3).

Справедливость певого условия (17) является очевидным, поскольку передлаточная функция линейной стационарной части системы управления (16) соответствует передаточной функции апериодического звена первого порядка:

$$W_i(s) = \mathbf{c}_i\left(s\mathbf{E}_i - \mathbf{A}_i^*\right)^{-1}\mathbf{b}_i = \frac{1}{\chi_{*i}^{-1}s + 1}, \tag{19}$$

где s – комплексная переменная.

Обеспечение справедливости условия (18) связано с синтезом явного вида закона управления и нахождением оценок для левых частей интегрального неравенства, которое с учетом нелинейной нестационарной части системы (16) можно записать в следующем виде:

$$\eta_i(0,t) = \left(\int_0^t u_{i1}(\varsigma)v_i(\varsigma)d\varsigma - \int_0^t \hat{\chi}_{*i}\hat{r}_i(\varsigma)v(\varsigma)d\varsigma\right) + \left(\int_0^t u_{i2}(\varsigma)v_2(\varsigma)d\varsigma + \int_0^t \chi_{*i}y_{Fi}(\varsigma)v(\varsigma)d\varsigma\right) +$$
$$+\left(\int_0^t u_{i3}(\varsigma)v_i(\varsigma)d\varsigma + \int_0^t\left[f_i\left(\mathbf{x}_i(\varsigma)\right) + F_i\left(\mathbf{x}_i(\varsigma), \mathbf{x}_j(\varsigma)\right)\right]v(\varsigma)d\varsigma\right) + \tag{20}$$
$$+\int_0^t\left[\sigma_i\left(u_i(\varsigma)\right) - u_i(\varsigma)\right]v_i(\varsigma)d\varsigma = \sum_{d=1}^{4}\eta_{di}(0,t),\ u_i(t) = \sum_{d=1}^{3}u_{di}(t).$$

В соответствии с результатами работ [15 – 18] можно показать, что за счет синтеза закона управления (16) в виде

$$u_i(t) = \left(h_{11i}\int_0^t \hat{r}_i(\varsigma)v_i(\varsigma)\tilde{\delta}_i(\varsigma)d\varsigma + h_{12i}\hat{r}_i(t)v_i(t)\tilde{\delta}_i(t)\right)\hat{r}_i(t) +$$
$$+\left(h_{21i}\int_0^t sat\left(y_{Fi}(\varsigma)\right)v_i(\varsigma)\tilde{\delta}_i(\varsigma)d\varsigma + h_{22i}sat\left(y_{Fi}(t)\right)v_i(t)\tilde{\delta}_i(t)\right)sat\left(y_{Fi}(t)\right) +$$
$$+h_{31i}\int_0^t v_i(\varsigma)\tilde{\delta}_i(\varsigma)d\varsigma + h_{32i}v_i(t)\tilde{\delta}_i(t),\ i = 1,\ 2, \tag{21}$$
$$\tau_i\frac{d\tilde{\delta}_i(t)}{dt} + \tilde{\delta}_i(t) = \delta_i(t),\ \tilde{\delta}_i(0) = 0,\ \delta_i(t) = \begin{cases} 1, & \forall\left[S_i\left(u_i(t)\right) - u_i(t)\right]v_i(t) \ge 0, \\ \delta_{0i}, & \forall\left[S_i\left(u_i(t)\right) - u_i(t)\right]v_i(t) < 0, \end{cases}$$

где $h_{11i} = const > 0,\ h_{12i} = const > 0,\ h_{21i} = const > 0,\ h_{22i} = const > 0,\ h_{31i} = const > 0,\ h_{32i} = const > 0;$ будет обеспечено существование интегральных оценок

$$\eta_i(0,t) \geq -\eta_{04i}^2 - \frac{\hat{\chi}_{*i}^2}{2h_{11i}\delta_{0i}} - \frac{\chi_{*i}^2}{2h_{21i}\delta_{0i}} - \frac{\left(f_{0i}+F_{0i}\right)^2}{2h_{31i}\delta_{0i}} = -\sum_{d=1}^{4}\eta_{0di}^2 = -\eta_{0i}^2 = const,\ \forall t>0, \tag{22}$$

не противоречащих справедливости интегрального неравенства (18).

В этом случае для эквивалентной (16), (21) и исходной (4) – (6), (9), (10), (21) систем будут выполнены вспомогательные (13) и, как следствие, основные (11) цели управления.

4 Переход к гибридной системе управления

В соответствии с методом непрерывных моделей осуществим переход от построенной системы управления (4) – (6), (10), (21) к ее дискретно-непрерывному аналогу, в котором непрерывные и дискретные сигналы будут связаны следующими соотношениями:

$$\begin{cases} r_i(t) = r_i(t_k) = r_{i,k},\ \hat{r}_i(t) = \hat{r}_i(t_k) = \hat{r}_{i,k}, \\ u_i(t) = u_i(t_k) = u_{i,k},\ S_i\left(u_i(t)\right) = S_i\left(u_i(t_k)\right) = S_i\left(u_{i,k}\right), \\ v_i(t) = v_i(t_k) = v_{i,k},\ \tilde{\delta}_i(t) = \tilde{\delta}_i(t_k) = \tilde{\delta}_{i,k}, \\ \delta_i(t) = \delta_i(t_k) = \delta_{i,k},\ y_i(t) = y_i(t_k) = y_{i,k}, \\ y_{Fi}(t) = y_{Fi}(t_k) = y_{Fi,k},\ t_k \leq t < t_{k+1}, \end{cases} \tag{23}$$

где $t_k = \lambda \cdot t$ – дискретный аналог времени; $\lambda = const > 0$ – шаг дискретизации, значение которого подбирается в ходе имитационного моделирования системы управления; $k = 0, 1, 2, \ldots$ – номер шага.

Таким образом, получаем гибридную систему управления, которая будет включать в себя следующие элементы:

1) объект управления (4) – (5), функционирующий в непрерывном времени;

2) дискретные выходной и задающий фильтр-корректоры:

$$y_{Fi,k} = W_{Fi,k}(z)y_{i,k} = \left(\frac{\tilde{T}_i z - \left(\tilde{T}_i - 1\right)}{\tilde{T}_i^* z - \left(\tilde{T}_i^* - 1\right)}\right)^2 y_{i,k},\ \hat{r}_{i,k} = W_{Fi,k}(z)r_{i,k} = \left(\frac{\tilde{T}_i z - \left(\tilde{T}_i - 1\right)}{\tilde{T}_i^* z - \left(\tilde{T}_i^* - 1\right)}\right)^2 r_{i,k},$$
$$i = 1, 2,\ \tilde{T}_i = \frac{T_i}{\lambda} = const > 0,\ \tilde{T}_i^* = \frac{T_i^*}{\lambda} = const > 0, \tag{24}$$

4) дискретный контур управления:

$$\begin{gathered} u_{i,k} = \left(h_{11i,k}\left[\hat{r}_{i,(k-1)}v_{i,(k-1)}\tilde{\delta}_{i,(k-1)} + \lambda \cdot \hat{r}_{i,k}v_{i,k}\tilde{\delta}_{i,k}\right] + h_{12i,k}\hat{r}_{i,k}v_{i,k}\tilde{\delta}_{i,k}\right)\hat{r}_{i,k} + \\ +\left(h_{21i,k}\left[sat\left(y_{Fi,(k-1)}\right)v_{i,(k-1)}\tilde{\delta}_{i,(k-1)} + \lambda \cdot sat\left(y_{Fi,k}\right)v_{i,k}\tilde{\delta}_{i,k}\right] + h_{22i,k}sat\left(y_{Fi,k}\right)v_{i,k}\tilde{\delta}_{i,k}\right)sat\left(y_{Fi,k}\right) + \\ +h_{31i,k}\left[v_{i,(k-1)}\tilde{\delta}_{i,(k-1)} + \lambda \cdot v_{i,k}\tilde{\delta}_{i,k}\right] + h_{32i,k}v_{i,k}\tilde{\delta}_{i,k},\ i = 1, 2, \\ \tilde{\delta}_{i,k} = \frac{1}{\tilde{\tau}_i z - \left(\tilde{\tau}_i - 1\right)}\delta_{i,k},\ \delta_{i,k} = \begin{cases} 1, & \forall\left[S_i\left(u_{i,k}\right) - u_{i,k}\right]v_{i,k} \geq 0, \\ \delta_{0i}, & \forall\left[S_i\left(u_{i,k}\right) - u_{i,k}\right]v_{i,k} < 0, \end{cases} \end{gathered} \tag{25}$$

где $h_{11i,k} = const > 0$, $h_{12i,k} = const > 0$, $h_{21i,k} = const > 0$, $h_{22i,k} = const > 0$, $h_{31i,k} = const > 0$, $h_{32i,k} = const > 0$.

5 Пример работы системы управления

Для иллюстрации работы построенной дискретно-непрерывной системы управления рассмотрим задачу децентрализованного управления роботом-манипулятором (1) – (3) со следующими параметрами: $m_1 = 1.2$ кг; $m_2 = 0.8$ кг; $l_1 = 0.35$ м; $l_2 = 0.31$ м; $I_1 = 61.25 \cdot 10^{-3}$ кг·м^2; $I_2 = 20.42 \cdot 10^{-3}$ кг·м^2. Возмущения действующие на звенья манипулятора опишем следующим образом: $f_{3i}(t) = 0.1\ (\sin(\pi t) + 2\sin(2\pi t) + 3\sin(3\pi t))$, $i = 1, 2$. При проведении имитационного моделирования примем шаг дискретизации цифровых элементов системы, по аналогии с [19], со значением $\lambda = 0.001$ с.

Дискретные передаточные функции выходных и задающих фильтр-корректоров при постоянных времени $T_i = 0.5$, $T_i^* = 0.001$ и заданном шаге дискретизации приняли вид:

$$W_{Fi}(z)=\left(\frac{500z-499.4}{z-0.3679}\right)^2,\ i=1,\ 2. \tag{26}$$

Сформируем требуемые траектории движения звеньев в виде следующих командных сигналов: $r_1(t) = \sin(\pi/2t)$ and $r_2(t) = \cos(\pi/2t)$, означающих перемещение конечной точки робота по окружности. Ограничения входных сигналов приводов звеньев манипулятора зададим со значениями: S_{0i} = 10 В. Начальные положения звеньев манипулятора примем в виде: $y_1(0) = 1$ and $y_2(0) = 0.5$.

На рис. 1 – 3 показаны результаты одного из вычислительных экспериментов, в ходе проведения которых с целью увеличения быстродействия системы управления параметры дискретных локальных контуров управления были подобраны со значениями:

$$\begin{gathered}h_{111}=20,\ h_{121}=15,\ h_{211}=20,\ h_{221}=20,\ h_{311}=30,\ h_{321}=40,\\ h_{112}=400,\ h_{122}=3,\ h_{212}=22,\ h_{222}=32,\ h_{312}=450,\ h_{322}=730,\\ \delta_{01}=0.01,\ \delta_{01}=0.04,\ \tau_i=3,\ sat\left(y_{Fi,k}\right)=\begin{cases}5, & y_{Fi,k}>5,\\ y_{Fi,k}, & \left|y_{Fi,k}\right|\le 5,\\ -5, & y_{Fi,k}<-5.\end{cases}\end{gathered} \tag{27}$$

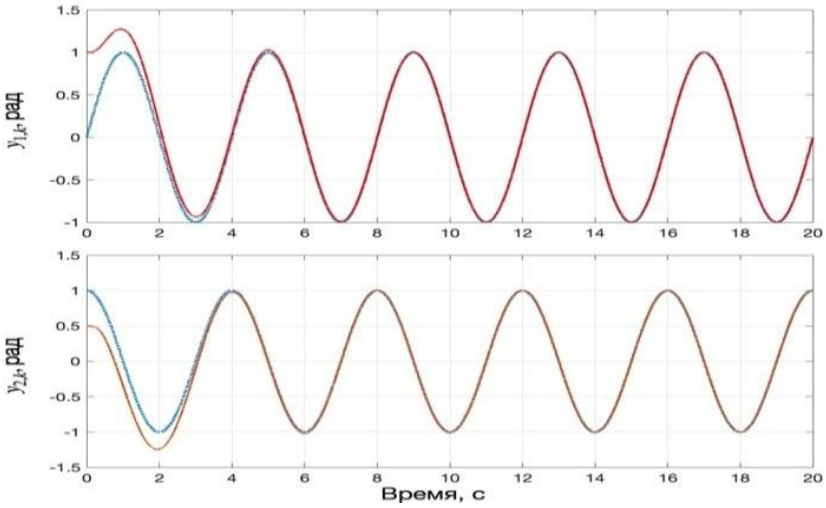

Рис. 1. Требуемые (прерывистые линии) и фактические (сплошные линии) перемещения звеньев манипулятора

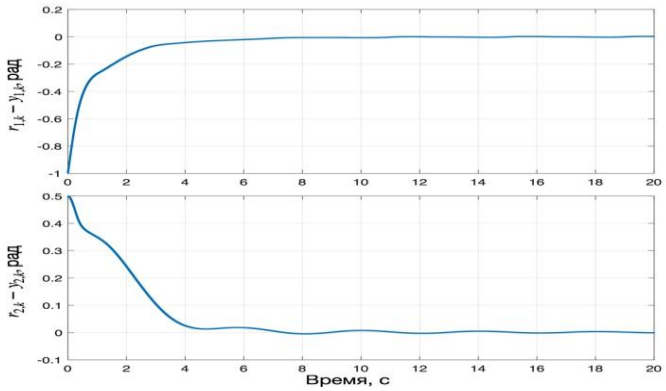

Рис. 2. Ошибки регулирования локальных подсистем

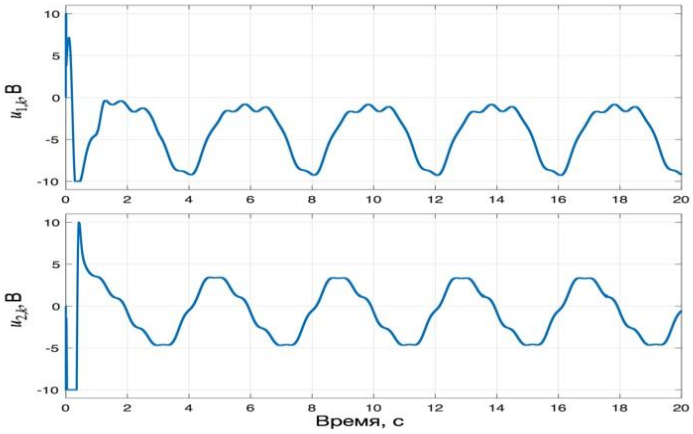

Рис. 3. Управляющие воздействия, подаваемые на двигатели звеньев манипулятора

Представленные динамические характеристики свидетельствуют о достаточно высоком качестве работы системы управления – при сигналах управления, не имеющих существенных пиковых значений и большого количества переключений (рис. 3) ошибки слежения для каждого из двух звеньев робота в установившемся режиме (спустя примерно 8 секунд с начала функционирования системы) являются практически нулевыми (рис. 2).

Заключение

С помощью критерия гиперустойчивости, условий *L*-диссипативности, быстродействующих фильтр-корректоров, неявной эталонной модели, а также метода непрерывных моделей построен дискретный регулятор для гибридной системы децентрализованного управления двухзвенным манипулятором при наличии ограничений входных сигналов. На этапе вычислительных экспериментов показано, что предложенная система управления позволяет обеспечить высокоточное слежение выходов звеньев манипулятора за заданными траекториями их перемещения.

Полученные в работе результаты могут быть использованы при построении дискретно-непрерывных систем управления динамическими объектами с различными типами запаздываний.

Литература

1. *Liu S., Zhu Z., Liu C., Zhang L., Yu Y.-Q.* Kinematic constraint conditions and dynamic equations of spatial flexible parallel manipulator // 2011 Second International Conference on Mechanic Automation and Control Engineering. 2011. – pp. 5026-5029.
2. *Krasinskaja M.J., Ilyina A.N., Rukavishnikova A.S.* On modeling of the dynamics of a mobile manipulator as a mechatronic system // 2016 2nd International Conference on Industrial Engineering, Applications and Manufacturing (ICIEAM). 2016. – pp. 1-4.
3. *Kucuk S., Gungor B.D.* Inverse kinematics solution of a new hybrid robot manipulator proposed for medical purposes // 2016 Medical Technologies National Congress (TIPTEKNO). 2016. – pp. 1-4.
4. *Jung J.W., Jeon J.W.* Control of the manipulator position with the kinect sensor // IECON 2017 – 43rd Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society. 2017. – pp. 2991-2996.
5. *Ganesh M., Ramaswamy V., Suresh V., Aishwarya K., Aravind G., Dash A.K.* Development and testing of a decoupled manipulator // 2017 IEEE International Conference on Power, Control, Signals and Instrumentation Engineering (ICPCSI). 2017. – pp. 1571-1575.
6. *He W., Xiao S., Yu S.* Learning Control for a Robotic Manipulator with Input Saturation // 3rd IFAC International Conference on Intelligent Control and Automation Science. 2013, Chengdu, China. – pp. 74-79.
7. *Shahriari-kahkeshi M., Mahdavi M.* Fuzzy Control of an Uncertain Robot Manipulator with Input Constraint // 2019 6th International Conference on Control, Instrumentation and Automation (ICCIA). 2019. – pp. 1-6.
8. *Chen Z., Li Z., Chen C.L.P.* Adaptive Neural Control of Uncertain MIMO Nonlinear Systems With State and Input Constraints // IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems. Vol. 28. 2017, No. 6. – pp. 1318-1330.
9. *Zhang Y., Hua C., Qian J.* Adaptive Robust Visual Servoing/Force Control for Robot Manipulator With Dead-Zone Input // IEEE Access. Vol. 7. 2019. – pp. 129627-129636.
10. *Eremin E.L., Shelenok E.A.* Modeling of Decentralized Combined Control System for 2-DOF Manipulator with Input Constraints // 2018 International Conference on Industrial Engineering, Applications and Manufacturing (ICIEAM). 2018. – pp. 1-5.
11. *Деревицкий Д.П., Фрадков А.Л.* Прикладная теория дискретных адаптивных систем. – М.: Наука, 1981.
12. *Андриевский Б.Р., Фрадков А.Л.* Избранные главы теории автоматического управления с примерами на языке MATLAB. – СПб.: Наука, 1999.

13. *Теличенко Д.А.* Гибридная адаптивная система с эталонным упредителем в схемах децентрализованного управления с запаздыванием // Информатика и системы управления. 2006. № 1(11). – С. 212-223.
14. *Еремин Е.Л., Шеленок Е.А.* Гибридная система нелинейного управления неаффинным объектом с запаздыванием по состоянию в периодических режимах // Информатика и системы управления. 2019. № 4(62). С. 120-131.
15. *Еремин Е.Л.* Комбинированная система с неявным эталоном для класса априорно неопределенных одноканальных объектов неаффинных по управлению на множестве состояний функционирования // Информатика и системы управления. 2018. № 3(57). – С. 93-103.
16. *Еремин Е.Л.* Модификация регулятора робастной системы управления для нелинейного SISO объекта с входным насыщением // Информатика и системы управления. 2017. № 1(51). – С. 64-74.
17. *Еремин Е.Л., Шеленок Е.А.* Система децентрализованного адаптивного управления роботом-манипулятором с входным насыщением // Датчики и системы. 2017. № 1(210). – С. 20-27.
18. *Еремин Е.Л., Никифорова Л.В., Шеленок Е.А.* Комбинированная нелинейная система управления с неявным эталоном для априорно неопределенного наеффинного двухканального объекта с запаздываниями по выходу // Информатика и системы управления. 2020. № 1(63). – С. 95-108.
19. *Tang Y., Tomizuka M., Guerrero G., Montemayor G.* Decentralized Robust Control of Mechanical Systems // IEEE Transactions on Automatic Control. 2000. Vol. 45, No. 4. – pp. 771-776.