

ОРГАНИЗАЦИЯ АУКЦИОНОВ В СЕТЕВЫХ МОДЕЛЯХ

Гасанов И.И.

ФИЦ ИУ РАН, Россия, г.Москва, ул. Вавилова, д. 40

gasanov48@bmail.ru

Аннотация: Рассматривается сетевая форма взаимодействия внутри ассоциации предприятий, занимающихся производством фиксированного набора изделий. Взаимодействие предполагает множественные локальные аукционы, посредством которых определяется распределение внутри ассоциации функций по выполнению очередного заказа на производство. Рассматриваются возможности создания имитационной системы для изучения перспектив проекта.

Ключевые слова: аукцион, сетевое взаимодействие, планирование производства.

Введение

В настоящее время наблюдается большой интерес к созданию систем, управление которыми осуществляется по сетевому принципу. Это системы, состоящие из относительно автономных элементов, узлов, которые обмениваются между собой информацией и изменяют своё состояние по каким-то локальным правилам. В данной работе делается попытка описания такого проекта. Предлагается сетевая форма взаимодействия внутри ассоциации предприятий, занимающихся некоторым общим производством. Взаимодействие предполагает организацию множественных локальных аукционов, по результатам которых внутри ассоциации определяется распределение функций для выполнения очередного заказа на производство.

1 Модель

Предполагается, что ассоциация занимается производством, закупкой, монтажом, сборкой изделий из некоторого фиксированного набора. Множество изделий из этого набора обозначим \hat{P} . Предприятия, входящие в ассоциацию, будем называть участниками и их множество обозначим через L .

Предполагается, что участники – самостоятельные предприятия, деятельность которых не ограничена ассоциацией. Её состав может меняться от заказа к заказу. Ассоциация – это способ расширить и упорядочить рынок сбыта продукции каждого из участников. Вход и выход предприятия из ассоциации – это свободный выбор предприятия. Участники предлагают свои услуги в выполнении заказов, принимают на себя обязательства по их выполнению, но их благополучие не зависит полностью от того, будут они выбраны для участия в очередном заказе или нет. Им важно занять своё место в потоке поступающих заказов. Участие в ассоциации накладывает на предприятия определённые требования, в частности, необходимость интеграции в общую информационную сеть.

Введём некоторые соглашения по обозначениям.

Изделия будем именовать по индексу: $\hat{P} = \{m\}_{m=1}^{M^0}$.

Будут рассматриваться поставки изделий от производителей друг другу. Всё множество поставок по заказу описывается трёхмерной матрицей $A = (a_{k,r}^n)$, здесь верхний индекс соответствует изделию, первый нижний индекс поставщику, а второй получателю изделия.

Произвольному набору изделий W из \hat{P} сопоставим вектор $\bar{W} \subset \mathbb{R}^{M^2}$, в котором компоненты w_n соответствуют количеству (объёму) изделий $n \in \hat{P}$ из W . И напротив, для вектора изделий \bar{W} через W будем обозначать набор ненулевых индексов этого вектора.

Запись \bar{w}_n будет означать вектор $\bar{W} \subset \mathbb{R}^{M^2}$ с единственной ненулевой компонентой n , равной w_n .

Часть изделий $n \in M^0$ монтируется из других изделий, производимых внутри ассоциации. Изделию n сопоставим множество $G(n) \subset \hat{P}$ тех деталей, из которых оно монтируется. Для множества изделий $W \in \hat{P}$ через $G(W)$ обозначим набор деталей, из которых монтируются изделия из W : $G(W) = \bigcup_{n \in W} G(n)$.

Заметим, что в множество $G(W)$ может входить часть изделий из W , поскольку одни изделия из набора W могут использовать другие в качестве комплектующих.

Через $\bar{G}(\bar{W})$ будем обозначать вектор комплектующих, необходимых для сборки всех компонент вектора \bar{W} .

Подчеркнём, что в $G(n)$ входят только детали финальной сборки изделия n . Если некоторая деталь $k \in G(n)$ сама является сборной, то объёмы комплектующих $\bar{G}(\bar{v}_k)$ не входят в компоненты вектора $\bar{G}(\bar{v}_n)$.

Имеется набор изделий $\hat{P}^1 \subset \hat{P}$, которые условно назовём товарами. Это те изделия, которые ассоциация производит по внешним заказам или на продажу. Они образуют первый, верхний уровень производства. Товары монтируются из деталей, составляющих множество $\hat{P} \setminus \hat{P}^1$.

Часть деталей, используемых при монтаже товаров, в свою очередь, монтируется из деталей, входящих в \hat{P} . Выделим в нём и отнесём к уровню 2 подмножество \hat{P}^2 таких изделий, которые используются только в монтаже изделий из \hat{P}^1 . Множество $\hat{P}^2 \subset \hat{P} \setminus \hat{P}^1$.

Для монтажа изделий из \hat{P}^2 , в свою очередь, могут потребоваться комплектующие. Это изделия из множества $\hat{P} \setminus (\hat{P}^1 \cup \hat{P}^2)$. Выделим из них те, которые используются только в монтаже изделий первых двух уровней. Отнесём их к уровню 3 и обозначим \hat{P}^3 . Множество $\hat{P}^3 \subset \hat{P} \setminus (\hat{P}^1 \cup \hat{P}^2)$. И так далее, всего будет выделено некоторое ограниченное число уровней.

1.1 Графическое представление производства

Всю структуру производства наглядно можно представить в виде направленного ациклического графа. Назовём его технологическим графом. Узлы этого графа соответствуют изделиям $n \in M^0$, так же их и обозначим. На верхнем, корневом уровне графа узлы, соответствующие изделиям, которые названы товарами. Обозначим множество этих узлов, как и множество товаров, т.е. \hat{P}^1 .

Дуги, исходящие из узла $n \in M^0$ технологического графа, направлены к узлам, соответствующим тем деталям, из которых монтируется изделие n .

Определение 1: Из двух смежных узлов назовём прямым предшественником тот узел, из которого исходит дуга, а тот, к которому она подходит, прямым потомком.

Определение 2: Совокупность прямых потомков, составляющих некоторое подмножество узлов технологического графа W , соответствует определённому выше множеству $G(W)$. Назовём его проекцией множества W .

Проекцией множества $G(W)$ будет множество $G(G(W))$, и т. д. Понятно, что число таких проекций ограничено. Двигаясь по дугам от узла к узлу, мы неизбежно упрёмся в концевые узлы, которые разбросаны по разным множествам $G^n(W)$. Эти узлы соответствуют изделиям, производство которых не требует поставки комплектующих из набора \hat{P} . Они закупаются готовыми вне ассоциации или для их производства используются только комплектующие, произведённые вне ассоциации.

На Рис.1 представлен пример технологического графа. Узлы 1, 2 составляют корень графа множество \hat{P}^1 . К множеству \hat{P}^2 относятся узлы 3-7, 13. К множеству \hat{P}^3 – узлы 8-10, 11, 13. Узлы 12, 13 принадлежат множеству \hat{P}^4 , узел 14 – \hat{P}^5 . Концевыми узлами являются узлы 6, 9, 11, 13, 14.

Представляется, что технологический граф описывает достаточно общую ситуацию. Циклы в графе могут появиться при использовании (частично) безотходных технологий, но это редкий случай. На продажу или заказ могут производиться не только изделия из множества \hat{P}^1 , но и некоторые комплектующие. Однако, это в данном случае не принципиально.

Определение 3: Назовём рангом узла n технологического графа длину максимального пути (числа дуг) от корня графа до этого узла плюс 1.

В графе на Рис.1 у корневых узлов 1 и 2 ранг 1, узлы 3-7 имеют ранг 2, узлы 8-11 – ранг 3, узлы 12, 13 – ранг 4, а узел 14 – ранг 5.

Дугам технологического графа придадим веса.

Определение 4: Вектору изделий \bar{W} сопоставим $\bar{H}(\bar{W})$, вектор деталей всех уровней, необходимых для сборки \bar{W} . Набор деталей, составляющих вектор $\bar{H}(\bar{W})$ обозначим $H(\bar{W})$ и назовём *полной проекцией* вектора \bar{W} .

Вектор $\bar{H}(\bar{W})$ представляет из себя сумму последовательных проекций $\bar{G}(\bar{W}) + \bar{G}(\bar{G}(\bar{W})) + \bar{G}(\bar{G}(\bar{G}(\bar{W}))) + \dots$. Продвигаясь по дугам вниз от узла n и используя веса дуг, легко посчитать сколько всего комплектующих того или иного вида требуется для сборки изделия n .

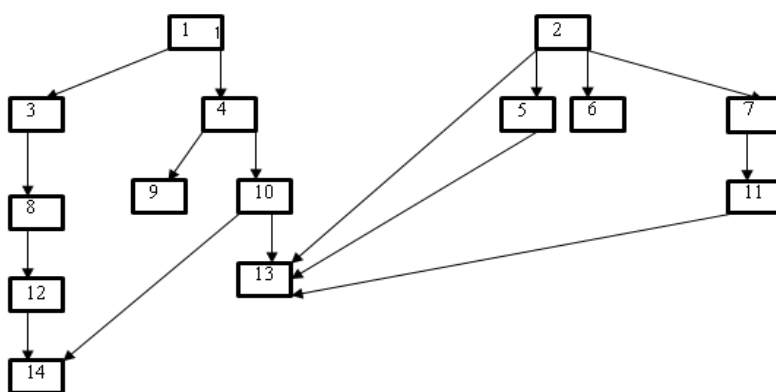


Рис.1

виде вектора $\bar{S}_l = (s_1^l, s_2^l, \dots, s_p^l)$. Задана вектор-функция $\bar{\Psi}^l(\bar{W}): \mathbb{R}^{M^0} \rightarrow \mathbb{R}^p$, показывающая, сколько ресурсов каждого вида расходует предприятие при производстве вектора продукции \bar{W} .

Одним из ресурсов, составляющих набор, S всегда будут финансы. Пусть для определённости это компонента s_1 . Расход ресурса s_1 отражает финансовые издержки предприятия на производство вектора продукции \bar{W} . В s_1 входят только собственные траты участника на сборку продукции, но не стоимость необходимых для этого комплектующих. Предполагается, что стоимость комплектующих, поставляемых участнику l , войдёт в стоимость его изделий и вернётся поставщикам после выполнения заказа.

Помимо предприятий, составляющих множество участников L есть ещё один выделенный участник. Это Центр. Функции Центра в рамках модели и рассматриваемых ниже аукционных схем – это координация аукционов и распределение заказа между изготовителями изделий ранга 1. Центр также должен контролировать исполнение заказов, расширять нестыковки, которые могут возникнуть по причине невыполнения участниками взятых на себя обязательств в плановые сроки, распределять выручку между участниками и т.п.

1.3 Транспорт

Осуществление поставок между участниками требует затрат и может осуществляться как силами производителей, так и специализированными транспортными компаниями. В данной работе для моделирования транспорта используется самое простое решение. Каждому предприятию l приписывается набор таблиц, $T_l = (t_{l,r}^n)$, $n \in M^0$, в которых указаны цены доставки единицы

продукции n от предприятия l другим предприятиям, т.е. r . Эти цены учитываются при взаиморасчётах участников.

2 Задача распределения производства по узлам технологического графа

Условимся считать, что Центр входит в ассоциацию производителей под номером 0. Предположим, Центр принимает заказ Z на производство изделия $m \in \hat{P}^1$ в объёме v_m . Производство объёма v_m распределяется между теми участниками, которые специализируются на сборкой этих изделий. После выполнения заказа Z готовые изделия m поступают в Центр в виде поставок $y_{l,0}^m, l \in L$.

Для выполнения заказа должны быть обеспечены поставки комплектующих по всем уровням технологического графа. Обозначим матрицу поставок как $Y = (y_{j,l}^n), n \in M^0, j, l \in L$. Должны выполняться балансовые соотношения:

$$\forall l: \bar{G}(\bar{W}_l) = \sum_{j \in L} \bar{Y}_{j,l} \quad (1)$$

Здесь \bar{W}_l – это вектор продукции, производимый участником l , $\bar{Y}_{j,l}$ – вектор поставок изделий от участника j участнику l .

Кроме балансовых должны выполняться ресурсные ограничения.

$$\forall j: \bar{\Psi}^j \left(\sum_{l \in L} \bar{Y}_{j,l} \right) \leq \bar{S}_j. \quad (2)$$

Пока в модели не рассматриваются запасы комплектующих. Все поставки формируются из изделий, произведённых на базе текущих ресурсов предприятий. Вектор поставок $\sum_{l \in L} \bar{Y}_{j,l}$ – это вектор изделий, произведённых предприятием j в рамках текущего заказа.

Согласно договорённости, компонента s_1 – это денежные средства, идущие на производство изделий. Суммировав величины $\psi_1^j \left(\sum_{l \in L} \bar{Y}_{j,l} \right)$ и транспортные расходы по всем поставкам, мы получим стоимость производства заказанного объёма изделий v_m . Ставится задача минимизировать эту стоимость.

$$\psi_1^l \left(\sum_{l \in L} \bar{Y}_{j,l} \right) + \sum_{n \in M^0} \sum_{j \in L} \sum_{l \in L} t_{j,l}^n \cdot y_{j,l}^n \rightarrow \min. \quad (3)$$

Ассоциация заинтересована в снижении себестоимости её продукции, т.к. участвует в конкурентной борьбе за заказы. Разница между продажной стоимостью заказа и его себестоимостью формирует прибыль участников.

Если вектор-функции 1-3 ресурсов линейны, то задача 1-3 оказывается задачей линейного программирования.

3 Обзор схемы аукционов

Современное развитие вычислительной техники и методов линейного программирования позволяет решать задачи очень большой размерности. Если сформулированная выше задача создания оптимального плана распределения заказа между производителями может быть адекватно представлена линейными соотношениями, то основная проблема формирования такого плана, вероятно, будет связана не с вычислениями, а с конструированием весьма громоздкой модели и наполнением её конкретными данными. Для этого потребуются постоянный мониторинг ресурсов участников ассоциации, а также, меняющихся технологических условий производства. Для достаточно большой ассоциации такой централизованный подход может оказаться слишком

затратным, если вообще осуществимым. Поэтому возникает желание декомпозировать задачу, передав большую часть функций по оценке производственных мощностей предприятий и разработке общего плана производства самим предприятиям. Идея состоит в том, чтобы план производства выработывался в результате аукционов, на которых одни участники выбирают себе поставщиков из числа других участников.

Аукционная схема – это способ декомпозировать представленную выше общую задачу распределения производства, поэтому для неё должны выполняться те же балансовые и ресурсные ограничения, и ещё некоторые дополнительные, обусловленные декомпозицией. Переменные в рамках модели полагаем непрерывными.

Для иллюстрации схемы используем граф, изображённый на Рис. 1.

Множество предприятий, производящих изделия из набора W , будем обозначать $L(W)$.

Допустим в Центр поступил заказ на производство некоторого объёма w_m изделий m , пусть на рис. 1 это будет изделие 1. У Центра имеются схемы технологических графов для всех изделий $n \in M^0$. Он публикует этот заказ вместе с его полной проекцией, вектором $\bar{H}(\bar{w}_m)$. Участники, на основании своих ресурсов, решают, за производство каких объёмов изделий n , составляющих вектор $\bar{H}(\bar{w}_m)$ они хотели бы и готовы взяться. Под эти объёмы они публикуют заказы на поставки деталей из множеств $G(n)$ Эти публикации суть объявление аукционов.

На заказы изделий $G(n)$ должны откликнуться участники из множества $L(G(n))$. Они, из предполагаемого ими объёма производства выделяют какую-то его часть на поставки каждому участнику из $L(n)$. Предприятия, производящие изделия, соответствующие конечным узлам, не нуждаются для их изготовления в поставках от других участников ассоциации и могут определять объёмы их производства исходя только из своих ресурсов. Для планирования производства остальных изделий их изготовители должны знать, какими объёмами комплектующих они располагают. Так, на рис. 1 участники $l \in L(4)$ должны сформировать пулы изделий 9 и 10, служащих деталями для изделия 4. Однако, прежде чем будет собран пул изделий 10, участники из $L(10)$ должны определиться с объёмом производства и поставок этих деталей производителям изделий 4. Чтобы аукционы были синхронизированы, они должны проводиться в определённом порядке. Этот порядок устанавливает Центр в соответствии с технологическим графом.

Определение 7: Назовём рангом проводимого участником $l \in L(n)$ аукциона на поставки комплектующих для изделия n ранг изделия n .

Условие 1. Аукционы более высокого ранга предшествуют аукционам более низкого ранга.

В рассматриваемом примере этот порядок выглядит так. Предприятия из множества $L(12)$ суммируют предложения по комплектующим от участников из множества $L(14)$. Эти предложения включают в себя объёмы поставок и их цены с учётом транспортных расходов. Предложения ограничены объёмами и сроками, объявленными в заказах. Если по каким-то позициям суммы предложений превосходят объём заказа, то участники из $L(12)$ делают выбор между ними, отдавая предпочтение более дешёвым вариантам. Сформировав пулы комплектующих, участники рассчитывают, какой объём изделий и по каким ценам они могут произвести из этих комплектующих в пределах объёма, объявленного ими на аукционе. Так, в рамках примера, сформировав пулы из комплектующих 14, участники из множества $L(12)$ рассчитывают, какой объём изделий 12 и по каким ценам они могут произвести. Определившись с объёмом, производители изделий 12 делают предложения о поставках этих изделий участникам из $L(8)$. На этом аукционы по изделиям 12 завершаются.

Далее по тому же сценарию проводят аукцион предприятия из $L(8)$, выбирая между предложениями по комплектующим 12 и формируя свои предложения участникам из множества $L(3)$. Затем такой же аукцион проводят предприятия из $L(3)$ по комплектующим 8.

Предприятия из множества $L(10)$ проводят отдельные аукционы по комплектующим от участников из множеств $L(14)$, $L(13)$ и определяются с объёмом и ценами поставок изделий 10 предприятиям из $L(4)$.

После этого проводят аукционы предприятия из множества $L(4)$, отдельно по предложениям от участников из $L(9)$ и $L(10)$.

Наконец, предприятия из множества $L(1)$ проводят аукционы по предложениям от участников из множеств $L(3)$, $L(4)$ по комплектующим 3 и 4. По результатам этих аукционов они рассчитывают, какой объём изделий 1 и по каким ценам они могут произвести и объявляют результаты Центру. На этом заканчивается нисходящая (в смысле рангов изделий) волна аукционов.

Начинается завершающая фаза вёрстки плана по выполнению заказа. Центр назначает, какие доли от заказанных изделий m будут производить участники из множества $L(m)$. Назначенные объёмы, разумеется, не превосходят предложений участников. Участники из $L(m)$, в соответствии с назначенными объёмами, распределяют задание на производство комплектующих между производителями из множества $L(G(m))$. И эти задания не превосходят те объёмы, которые были предложены участниками из множества $L(G(m))$ на аукционах, проведённых участниками из $L(m)$, и т.д. Восходящая волна заданий доходит до конечных узлов, и на этом формирование плана производства завершается.

4 Формализованное описание схемы аукционов

Как и выше, рассматриваем ситуацию, когда в Центр поступил заказ Z на производство изделия $m \in M^0$ в объёме w_m . Схема разбивается на несколько этапов.

Этап 1. Центр рассчитывает и объявляет участникам вектор всех необходимых для исполнения заказа деталей $\bar{H}(\bar{w}_m)$.

Этап 2. Участники выбирают вектора изделий $\bar{W}^{2,l} = (w_1^{2,l}, w_2^{2,l}, \dots, w_{M^0}^{2,l})$, $l \in L$, которые они хотели бы произвести в рамках данного заказа. Цифра 2 в верхнем индексе указывает на этап, на котором выбирается этот вектор производства. Участник l выбирает точку на подмножестве пространства \square^{M^0} , ограниченном ресурсными неравенствами

$$\bar{\Psi}^l(\bar{W}^{2,l}) \leq \bar{S}_l, \quad (4)$$

и требованиями заказа Z , т.е. неравенствами

$$w_n^{2,l} \leq h_n(\bar{w}_m) \quad \forall n \in M^0. \quad (5)$$

Затем они объявляют аукционы на поставки комплектующих, необходимых им для производства вектора $\bar{W}^{2,l}$, т.е. на поставки компонент вектора $\bar{G}(\bar{W}^{2,l})$. Аукционы, объявленные участником l обозначим A^l .

Этап 3. Это этап, собственно, аукционов, которые проводятся последовательно от более высоких рангов к низшим. К моменту проведения аукциона по поставкам деталей $G(n)$ для изделия $n \in W^{2,l}$ участником l собран весь пул предложений по поставкам ему этих деталей и их ценам от разных производителей.

Участник j на аукционе A^l по комплектующей k предлагает объём поставок, который будем обозначать $Y_{jl}^{3,k}$ (цифра 3 в верхнем индексе указывает на этап).

С поставкой связывается записанная в табличной форме функция цен $c_{j,l}^k(\zeta)$, $\zeta \in [0, Y_{j,l}^{3k}]$, зависящих от объёма поставки ζ . В цену входят назначенная производителем j стоимость заданного объёма изделий и транспортные расходы.

Множество предложений от участника j по аукционам всех участников образует матрицу $Y_j^3 = (y_{j,l}^{3,k})$, где $l \in L \setminus j$, $k \in M^0$. Матрицу цен $c_{j,l}^k(\zeta)$ участника j обозначим C_j .

Весь корпус предложений о поставках от всех участников вместе с таблицами цен обозначим как пару (\hat{Y}^3, \hat{C}) , $\hat{Y}^3 = \bigcup_{j \in L} Y_j^3$, $\hat{C} = \bigcup_{j \in L} C_j$.

Исходя из объёмов и цен предложенных ему комплектующих, участник l корректирует объём изделий n , который он желал бы произвести. Обозначим его $w_n^{3,l}$. Этот объём не должен превышать объявленный на этапе 2, т.е.

$$w_n^{3,l} \leq w_n^{2,l} \quad \forall n \in M^0 \quad (6)$$

Объём $w_n^{3,l}$ должен быть обеспечен поставками комплектующих, т.е.

$$g_k(\bar{w}_n^{3,l}) \leq \sum_{j \in L} y_{j,l}^{3,k} \quad \forall n, k \in M^0. \quad (7)$$

Выбрав объём производства $w_n^{3,l}$, участник l определяет объёмы своих предложений по поставкам на аукционы более низких рангов, тех, где заявлена потребность в комплектующих n . То есть, он определяет вектора $\bar{Y}_l^{3,n} = (y_{lj}^{3,n})$.

Предложения о поставках не должны превышать потребности, поэтому должны выполняться неравенства

$$y_{l,j}^{3,n} \leq g_n(\bar{W}^{2,j}) \quad \forall j \in L, \forall n \in M^0. \quad (8)$$

Таким образом последовательно по аукционам формируется совокупность предложений (\hat{Y}^3, \hat{C}) .

Этап 4. На этом завершающем этапе по совокупности предложений (\hat{Y}^3, \hat{C}) , верстается план производства, т.е. распределение производственных заданий и поставок. Это совокупность матриц $\hat{Y}^4(\hat{Y}^3, \hat{C}) = \{Y_l^4(\hat{Y}^3, \hat{C})\}_{l=1}^L$, где $Y_l^4(\hat{Y}^3, \hat{C})$ – матрица объёмов комплектующих, которые участник l должен будет поставить другим участникам.

Для поставок должны выполняться неравенства

$$y_{j,l}^{4,n}(\hat{Y}^3, \hat{C}) \leq y_{j,l}^{3,n} \quad \forall l, j \in L, \forall n \in M^0, \quad (9)$$

т.е. задания участнику j по плану не должны превышать его предложения.

Чтобы избежать неоднозначности при формировании плана можно условиться, что при равенстве цен комплектующих от разных производителей предпочтение отдаётся поставщику с меньшим порядковым номером $j \in L$. Процедура выбора значений $y_{j,l}^{4,n}$ рекурсивная и организована в виде восходящей волны по технологическому графу.

Производитель j дожидается получения заданий на производство изделий n от всех участников l , которым он посылал предложения $y_{j,l}^{3,n}$. Предполагается, что ответ он должен получить от всех таких участников, даже если объём задания равен 0.

После этого участнику j известен весь объём изделий n , который ему необходимо произвести.

Это будет $w_n^{4,j} = \sum_{l \in L} y_{j,l}^{4,n}(\hat{Y}^3, \hat{C})$. Под этот объём j определяет вектор необходимых комплектующих

$\bar{G}(\bar{w}_n^{4,j})$. Для каждой из компонент k этого вектора на аукционах A^j был создан пул

комплекующих объёмом $\pi_k^j = \sum_{l \in L} y_{l,j}^{3,k}$. Если предложения $y_{j,l}^{3,n}$ были корректны (см. правила 1 – 3 ниже), то $w_n^{4,j} \leq w_n^{3,j} \forall n \in M^0$ и объёмы этих пулов достаточны для того, чтобы обеспечить комплекующими k производство всех компонент вектора $\bar{W}^{3,j}$, т.е. выполняются неравенства:

$$\sum_{n \in M^0} G_k(\bar{w}_n^{4,j}) \leq \sum_{n \in M^0} G_k(\bar{w}_n^{3,j}) \leq \pi_k^j. \quad (10)$$

Участник j выбирает из объёма π_k^j объём $G_k(\bar{w}_n^{4,j})$, начиная с наиболее дешёвых предложений. Затем j распределяет задания тем производителям, предложения которых вошли в объём $G_k(\bar{w}_n^{4,j})$, т.е. определяет для каждого из них компоненты $y_{l,j}^{4,k}(\hat{Y}^3, \hat{C})$ матрицы поставок $Y_l^4(\hat{Y}^3, \hat{C})$.

Комплекующие k могут входить в разные изделия производителя j . Для j можно рассчитать суммарную стоимость поставок деталей k от производителей l , получивших в ходе этапа 4 задание от j на их поставки. Обозначим её d_j^k .

$$d_j^k(\hat{Y}^4, \hat{C}) = \sum_{l \in L} c_{l,j}^k(y_{l,j}^{4,k}(\hat{Y}^3, \hat{C})). \quad (11)$$

Формирование плана производства заканчивается, когда волна заданий доходит до конечных узлов.

Для рассмотренной схемы доказывается, что участникам аукционов целесообразно придерживаться следующих правил.

Правило 1. Участник j , определяя на этапе 2 желаемый вектор производства $\bar{W}^{2,j}$, делает выбор среди недоминируемых допустимых векторов, т.е. среди недоминируемых векторов, удовлетворяющих ограничениям 4 и 5.

Правило 2. Участник j на этапе 3 определяет объёмы производства $w_n^{3,j}$ равными $\min[w_n^{2,j}; \pi_n^j]$, где $\pi_n^j = \sum_{l \in L} y_{l,j}^{3,n}$ – пул комплекующих n , собранных на аукционах A^j .

Правило 3. Участник j , определяя на этапе 3, свои предложения по поставкам изделия n , величины $y_{jl}^{3,n}$, действует следующим образом:

если $w_n^{3,j} = H_n(\bar{V}_m)$, то $y_{jl}^{3,n} = G_n(\bar{W}^{2,l}) \forall l \in L$, иначе говоря, если выбранный участником j объём производства $w_n^{3,j}$ равен общей потребности в изделиях n по заказу Z (больше, $H_n(\bar{V}_m)$ он быть не может в силу условия 5), то j предлагает каждому производителю l тот объём изделий n , который объявлен l на аукционах A^l ;

если $w_n^{3,j} < H_n(\bar{V}_m)$, то j выбирает значения $y_{jl}^{3,n}$ так, что они удовлетворяли следующим соотношениям

$$\sum_{l \in L} y_{jl}^{3,n} = w_n^{3,j}. \quad (12)$$

и

$$y_{jl}^{3,n} \leq G_n(\bar{W}^{2,l}) \forall l \in L. \quad (13)$$

Описанная схема представляется достаточно прозрачной и эффективной в смысле поиска допустимого плана, если число участников велико и их ресурсы производства значительно превосходят те, что необходимы для исполнения заказа. Однако, как нетрудно видеть, аукционная схема не гарантирует формирования плана во всех тех случаях, когда допустимый план существует.

Рассмотрим ту же схему производства в предположении, что каждый участник производит не более одного изделия из множества изделий $\bar{H}(\bar{V}_m)$, необходимых для выполнения заказа Z . Это

эквивалентно условию, что каждое предприятие l , получив от Центра сведения об очередном заказе, выделяет доли своих ресурсов под производство тех или иных изделий из множества $\bar{H}(\bar{w}_m)$.

Условие 2. Для каждого изделия $n \in H(\bar{w}_m)$ сумма $\sum_{l \in L(n)} w_{l,n}^{\max} \geq h_n(\bar{w}_m)$.

Очевидно, что справедливо следующее утверждение.

Утверждение 6. Данная схема аукционов приводит к допустимому решению тогда и только тогда, когда выполняется условие 2.

5 Компьютерная имитация аукционной схемы

Рассмотренные выше схемы проведения аукционов оставляют вопросы, на которые сложно искать ответы аналитическими методами. При каких параметрах ассоциации и её участников схема приводит к допустимому решению, насколько такое решение будет далеко от оптимального? В случае разделения ресурсов и при выполнении условия 2 допустимое решение гарантировано. Но выполнение этого условия может зависеть от того, как именно ресурсы разделены. Если разделение ресурсов делается принудительно, как некоторый приём для создания плана производства, то это, так или иначе, скажется на качестве решения. Как? Без определённого представления об ответах на эти вопросы сложно браться за такой масштабный проект, как создание ассоциации. Поэтому представляется целесообразным исследование предложенных схем в режиме имитации на компьютерной модели. Такая модель должна строиться как сеть, состоящая из узлов, каждый из которых соответствует участнику ассоциации. В общих чертах имитационная система выглядит так. Для каждого узла создаётся своя модель производства, соответствующая описанию, сделанному выше в разделе Участники. Выбирается набор изделий M^0 и производственные графы для них. Моделируются правила аукционов. Для каждого узла задаётся начальное состояние ресурсов, и системе предлагается последовательность заказов на производство изделий из множества \hat{P}^1 . Откликом системы на заказ будут план сборки (если аукционная схема его находит) и изменение состояния узлов по результатам выполнения заказов. Желательно также реализовать решение общей задачи 1 – 3. В рамках модели это представляется более реальным, чем на практике – в модели легче варьировать число участников и их структуру. Можно надеяться, что, сравнивая результаты решений общей задачи и аукционных, удастся сделать какие-то выводы об эффективности аукционной схемы.

Заключение

Предложенная модель может найти применение в задачах планирования хозяйственной деятельности при возможности конкурентных взаимодействий игроков.

Литература

1. Krishna, Vijay, Auction theory. Elsevier, New York, 2002. – 320с.
2. Klemperer P. Auction Theory: A Guide to the Journal of Economic Surveys, Vol. 13(3), July, 1999, pp. 227- 286.