ФУНКЦИОНИРОВАНИЕ АКТИВНОЙ СИСТЕМЫ ПРИ ВЕРОЯТНОСТНОЙ ИНФОРМАЦИИ ОБ АКТИВНЫХ ЭЛЕМЕНТАХ

Щепкин А.В.

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН,
Россия, г. Москва, ул. Профсоюзная д.65
av_shch@mail.ru

Аннотация. Рассматривается функционирование активной системы, в случае, когда распределяются финансы для активных элементов на выполнение работ, составляющих производственное задание. Финансирование работ осуществляет заказчик из ограниченного фонда. Для определения объемов финансирования необходимо знать планируемые затраты выполнения работ. При определении плановых затрат активным элементам не известны фактические затраты. Для оценки вероятных значений фактических затрат активные элементы используют функцию распределения фактических затрат.

Ключевые слова затраты, прибыль, рентабельность, математическое ожидание, противозатратность.

Введение

При выполнении задания, состоящего из нескольких работ, заказчик взаимодействует с активными элементами. Заказчик финансирует выполнение проекта из ограниченного фонда финансирования. Чтобы проект был реализован, каждый активный элемент должен выполнить определенный объем работ. Для выполнения работ активные элементы получают от заказчика финансовые средства. Заказчик распределяет финансы среди активных элементов при помощи механизма финансирования. Механизмы, которые побуждают повышать эффективность производства и выпускать продукцию лучшего качества с меньшими затратами и меньшей ценой в [1] получили название противозатратные механизмы. Противозатратные механизмы управления были разработаны при исследовании моделей активных систем [2] для борьбы с монопольными эффектами, такими как устранение конкуренции и нарушения механизма рыночного регулирования [3]. Исследования западных ученых, в основном, посвящены применению антимонопольных законов [4-7], в том числе для дробления монополий. Одновременно с этим западные ученые детально изучают проблемы снижения и управления затратами [8-10].

Основные результаты исследований противозатратных механизмов управления получены для детерминированных моделей [1,11-13]. При этом детерминированность понимается как отсутствие неопределенности в информации, используемой при выработки управляющего воздействия. В отечественных разработках решение стохастических задач в теории активных систем, прежде всего, связаны с анализом механизмов стимулирования [14-16]. В работах зарубежных ученых рассмотрение аналогичных задач связано с исследованиями по теории контрактов [17,18]. В данной работе рассматривается ситуация, когда заказчик распределяет финансовые средства среди активных элементов – монополистов на основе, полученной от них информации о планируемых затратах, на выполнение работа. При этом активные элементы могут оценить значение своих затрат лишь только с некоторой вероятностью.

1 Модель объекта

Взаимодействие заказчика (Центра) и активных элементов (агентов) рассматривается как обмен информацией, необходимой для принятия решений. Агенты сообщают Центру значения планируемых затрат на выполнение работ. Центр определяет размер финансовых средств, выделяемых на для этих работ и сообщает их агентам. Предполагается, что при определении планируемых затрат агенты не знают фактических затрат на выполнение работ, но им известна функция распределения величины фактических затрат.

Обозначим:

C – фонд финансирования;

N - $\{1, 2, ..., n\}$ – множество агентов;

s_i – планируемые затраты i-го агента, сообщаемые в Центр, $i \in N$;

z_i – фактические затраты i-го агента $i \in N$;

c_i – объем финансирования i-го агента $i \in N$;

$f_i(z_i)$ – плотность распределения фактических затрат i-го агента $i \in N$.

Плановая прибыль i-го агента определяется выражением Piп=ci-si, соответственно, фактическая прибыль записывается как Piф=ci-zi. Последнее выражение представим в виде Piф=ci-si+si-zi=Piп+si-zi. Разницу Pic=si-zi будем называть сверхплановой прибылью. Здесь будем считать, что планируемые затраты всегда больше фактических затрат, т.е. выполняется неравенство, si≥zi, поэтому Pic>0.

Также полагаем, что Центр оставляет в распоряжении агента только часть сверхплановой прибыли. При этом выражение для фактической прибыли i-го агента имеет вид

Piф=Piп+qPic=ci-si+q(si-zi), i∈N, (1)

где q∈[0;1] - норматив, определяющий величину сверхплановой прибыли, остающейся у агента.

Задача Центра – выбор такого механизма распределения финансовых средств, который побуждает агентов уменьшать плановые затраты.

Предполагается, что плановые затраты, которые агенты сообщают Центру, удовлетворяют условиям $s_i \in [d_i; l_i]$, i=1,…,n, причем Центру, как и агентам известно, что затраты на выполнение работ не могут быть меньше di, и больше li i=1,…,n.

В детерминированном случае механизм считается противозатратным, когда агенты сообщают в Центр достоверную информацию о своих затратах. В стохастическом случае механизм будем считать противозатратным, когда оптимальной стратегией i-го агента является сообщение планируемых затрат меньше li, i=1,…,n. Как было сказано выше агентам известна функция распределения F(zi) (F(li)=1) фактических затрат и, соответственно, плотность распределения f(zi)=F′(zi).

2. Принцип равных рентабельностей.

При реализации этого принципа, каждому агенту выделяется такое количество средств, которое обеспечивает им одинаковую рентабельность, т.е. получение одинаковой прибыли на единицу вложенных средств [19,20]. При определении объемов финансирования агентов на основе этого принципа Центр решает систему уравнений

$$\begin{cases} \dfrac{c_i - s_i}{s_i} = \dfrac{c_j - s_j}{s_j} \\ \sum\limits_{j \in N} c_j = C \end{cases}.$$

Решение этой системы может быть представлено в виде

$c_i=(\rho+1)s_i$, i∈N,

где ρ - рентабельность выполнения работ, определяемая выражением

$\rho = C/S - 1$.

Здесь $S = \sum\limits_{j \in N} s_j$. В этом случае выражение для фактической прибыли принимает вид

$$P_{i\text{ф}} = s_i\rho + \begin{cases} q\left(s_i - z_i\right), & \text{если } z_i \le s_i \\ s_i - z_i, & \text{если } z_i > s_i \end{cases}, \text{ i}\in\text{N}.$$

В силу того, что агентам известна только функция распределения $F(z_i)$ определим математическое ожидание фактической прибыли.

$$M\left[P_i\left(s_i\right)\right] = s_i\rho + q\int\limits_{d_i}^{s_i}\left(s_i - z_i\right) f\left(z_i\right) dz_i + \int\limits_{s_i}^{L_i}\left(s_i - z_i\right) f\left(z_i\right) dz_i \text{ , } i\in N.$$

Поведение агента при максимизации математического ожидания фактической прибыли можно оценить из анализа выражения

$$\frac{\partial M\left[P_i\left(s_i\right)\right]}{\partial s_i} = \rho + s_i\frac{\partial\rho}{\partial s_i} - \left(1-q\right)F\left(s_i\right) + 1 \qquad (2)$$

Предположим сначала, что справедлива гипотеза слабого влияния [2], согласно которой влияние оценки агента s_i на величину ρ не учитывается, то есть $\partial\rho/\partial s_i = 0$, тогда выражение (2) принимает вид

$$\partial M\left[P_i\left(s_i\right)\right]/\partial s_i = C/S - \left(1-q\right)F\left(s_i\right), \text{ i}\in\text{N}. \qquad (3)$$

Легко видеть, что неравенство

$$\partial M\left[P_i\left(s_i\right)\right]/\partial s_i > 0 \qquad (4)$$

выполняется, если $C/S-(1-q)>0$. Более того, (4) выполняется всегда для любой функции распределения *F*, если *q* удовлетворяет условию $q>(L-C)/L$, где $L=\sum_{j\in N} l_j$. При этом, для увеличения математического ожидания своей фактической прибыли агенты будут увеличивать свои плановые затраты $s_i \to l_i$, $i\in N$, а это означает, что механизм не является противозатратным.

Рассмотрим случай, когда случайная величина z_i, $i\in N$ имеет равномерное распределение на участке от d_i до l_i. Тогда функция $F(s_i)$ может быть записана как

$$F\left(s_i\right)=\frac{s_i-d_i}{l_i-d_i}. \qquad (5)$$

При этом выражение (3) можно переписать в виде

$$\partial M\left[P_i\left(s_i\right)\right]/\partial s_i = C/S-(1-q)\frac{s_i-d_i}{l_i-d_i},\ i\in N.$$

Для определения плановых затрат, обеспечивающих максимум математического ожидания фактической прибыли агента необходимо решить систему уравнений

$$C/S-(1-q)\frac{s_i-d_i}{l_i-d_i}=0,\ \mathrm{i}\in\mathrm{N}.$$

Решение этой системы записывается в виде

$$s_i=d_i+\frac{D}{2}\frac{l_i-d_i}{L-D}\left(\sqrt{1+4\frac{L-D}{D^2(1-q)}C}-1\right),\ \mathrm{i}\in\mathrm{N}.$$

Здесь $D=\sum_{j\in N} d_j$

Определим значение *q* при котором будут выполняться условия противозатратности, то есть когда выполняются неравенства

$$d_i+\frac{D}{2}\frac{l_i-d_i}{L-D}\left(\sqrt{1+4\frac{L-D}{D^2(1-q)}C}-1\right)<l_i,\ \mathrm{i}\in\mathrm{N}.$$

Нетрудно получить, что эти неравенства выполняются при

$$q<1-C/L. \qquad (6)$$

Из этого ограничения на *q* следует. Чем больше средств *C* распределяет Центр, тем меньше возможностей для обеспечения противозатратности. Так, например, если фонда финансирования *C* достаточно, чтобы удовлетворить максимальные плановые затраты l_i, $i\in N$, другими словами, если $C=L$, то притивозатратности достигнуть невозможно, т.к. из (6) следует, что $q<0$, но для норматива *q* должно выполняться условие $q\in[0;1]$.

Пусть теперь $\partial\rho/\partial s_i \neq 0$. Для функции распределения (5) выражение (2) можно переписать в виде

$$\frac{\partial M\left[P_i\left(s_i\right)\right]}{\partial s_i}=\frac{C}{S}\left(1-\frac{s_i}{S}\right)-(1-q)\frac{s_i-d_i}{l_i-d_i},\ \mathrm{i}\in\mathrm{N}. \qquad (7)$$

Если предположить, что для достаточно большого *n* справедливо

$$\frac{s_i}{S}=\frac{s_i}{\sum_{j\in N} s_j}\approx\frac{1}{n}, \qquad (8)$$

то (7) можно представить в виде

$$\frac{\partial M\left[P_i\left(s_i\right)\right]}{\partial s_i}=\frac{n-1}{n}\frac{C}{S}-(1-q)\frac{s_i-d_i}{l_i-d_i}$$

Для определения плановых затрат, обеспечивающих максимум математического ожидания фактической прибыли агента необходимо решить систему уравнений

$$\frac{n-1}{n}\frac{C}{S}-(1-q)\frac{s_i-d_i}{l_i-d_i}=0,\ i\in N.$$

Решение этой системы записывается в виде

$$s_i = d_i + \left(\sqrt{1+4\frac{n-1}{n(1-q)}\frac{C(L-D)}{D^2}}-1\right)\frac{D(l_i-d_i)}{2(L-D)},\ i\in\mathrm{N}.$$

Определим значение q при котором будут выполняться условия противозатратности, то есть когда выполняются неравенства

$$d_i + \left(\sqrt{1+4\frac{n-1}{n(1-q)}\frac{C(L-D)}{D^2}}-1\right)\frac{D(l_i-d_i)}{2(L-D)} < l_i,\ i\in N. \tag{9}$$

Неравенство (9) выполняется, когда

$$q < 1-\frac{n-1}{n}\frac{C}{L}. \tag{10}$$

Таким образом механизм будет противозатратным, если выполняется условие (8) и для q справедливо неравенство (10). Заметим здесь, что в отличие от выше рассмотренного случая, механизм останется противозатратнвм, даже если $C=L$, неравенство (10) при этом будет выглядеть как $q<1/n$.

Если затраты на выполнение работ у агентов не сильно отличаются друг от друга, будем считать, что разница между максимальными плановыми затратами l_i и минимальными затратами d_i для всех агентов одинакова, то есть l_i-d_i=w, i=1,…,n. Тогда для равномерного распределения случайной величины z_i, i=1,…,n на участке от d_i до l_i производная (7) может быть записана как

$$\frac{\partial M\left[P_i(s_i)\right]}{\partial s_i} = \frac{C}{S}\left(1-\frac{s_i}{S}\right)-(1-q)\frac{s_i-d_i}{w},\ i\in N.$$

В этом случае, для определения плановых затрат, обеспечивающих максимум математического ожидания фактической прибыли агента необходимо решить систему уравнений

$$\frac{C}{S}\left(1-\frac{s_i}{S}\right)-(1-q)\frac{s_i-d_i}{w}=0,\ i\in N.$$

Решение этой системы записывается в виде

$$s_i = \frac{Cw+d_iV(1-q)}{Cw+V^2(1-q)}S,\ i\in N,$$

где $V = \frac{D}{2}\left(1+\sqrt{1+4\frac{Cw}{D^2(1-q)}(n-1)}\right)$.

Определим значение q при котором будут выполняться условия противозатратности, то есть когда выполняются неравенства

$$\frac{Cw+(1-q)Vd_i}{Cw+(1-q)V^2}V < l_i,\ i\in N.$$

Из последнего выражения получаем, что для каждого агента должно выполняться неравенство

$$q < 1-C\frac{V-l_i}{V^2},\ i\in N.$$

Таким образом, чтобы условия противозатратности выполнялись для всех агентов значение q, должно удовлетворять следующему ограничению

$$q < \min_{i\in N}\left[1-C\frac{V-l_i}{V^2}\right].$$

4 Механизм финансирования на основе максимальной и минимальной рентабельностей

Минимальная рентабельность ρ_0 при реализации этого механизма задается Центром для всех агентов. Максимальная рентабельность η_i, $i\in N$ рассчитывается для каждого агента индивидуально. С этой целью сначала определяется максимальный объем финансирования. Так как фонд финансирования C ограничен, то один агент может получить максимальное финансирование, если все остальные агенты будут получать минимальное финансирование. Формально это можно записать следующим образом. Минимальное финансирование i-го агента равно cimin=(ρ0+1)si, i∈N. (11)

Максимальное финансирование *j*-го агента равно

$$c_{jmax} = C - \sum_{\substack{i \in N \\ i \neq j}} c_{imin} . \qquad (12)$$

При этом максимальная рентабельность *j*-го агента определяется как

$$\eta_j = \frac{c_{jmax} - s_j}{s_j}, \text{ j} \in \text{N}. \qquad (13)$$

Фактический объем финансирования *i*-го агента рассчитывается на основе рентабельности $\rho_i^{(\text{ф})}$ $i \in N$, которая определяется как $\rho_i^{(\text{ф})} = (1-k)\rho_0 + k\eta_i$, $i \in N$.

Таким образом, фактический объем финансирования *i*-го агента будет равен

$$c_i = \left(1 + \rho_i^{(\text{ф})}\right) s_i = \left[1 + (1-k)\rho_0 + k\eta_i\right] s_i = (1-k)(1+\rho_0) s_i + kc_{imax}.$$

Заметим, что суммарный фактический объем финансирования агентов не может превышать *C*, следовательно, должно выполняться условие $\sum_{i \in N} c_i \le C$. Из этого условия легко получить ограничение на *k*, $k \le 1/n$. Если $k = 1/n$ распределяется весь фонд финансирования *C*, если же $k < 1/n$, фонд финансирования *C* распределяется не полностью.

Следует отметить, что установление минимальной рентабельности ρ_0 можно рассматривать как своеобразную гарантию того, что агент получит такое финансирование, которое обеспечит ему рентабельность не меньше ρ_0.

О гарантированном финансировании имеет смысл говорить, если средства, полученные агентом от Центра не меньше его затрат, что означает, что $\rho_0 \ge 0$.

Утверждение. Для того чтобы гарантировать агентам получение средств, обеспечивающих $\rho_0 \ge 0$ должно выполняться условие $C \ge L$.

Доказательство. Предположим, что планируемые затраты всех агентов равны l_i, $i \in N$, тогда из (11) получаем $c_{imin}=(\rho_0+1)l_i$, $i \in N$. Соответственно, из (12) следует

$$c_{jmax} = C - \sum_{\substack{i \in N \\ i \neq j}} c_{imin} = C - (\rho_0 + 1)(L - l_j).$$

Учитывая (13) можем записать

$$\eta_j = \frac{C - (\rho_0 + 1)L}{l_j} + \rho_0 .$$

А так как η_j - максимальная рентабельность *j*-го агента, то должно выполняться условие

$$\eta_j = \frac{C - (\rho_0 + 1)L}{l_j} + \rho_0 \ge \rho_0, \text{ j} \in \text{N}.$$

Отсюда следует $\rho_0 \le C/L - 1$ и учитывая, что $\rho_0 \ge 0$, получаем $C \ge L$.

Утверждение доказано.

Итак, доказано, что минимальный размер фонда *C*=*L* и это значение фонда гарантированно обеспечивает $\rho_0=0$.

В соответствии с (1) прибыль *i*-го агента записывается в виде

$$P_i(s_i) = \left[(1-k)\rho_0 - k\right] s_i + kc_{imax} + \begin{cases} q(s_i - z_i), & \text{если } z_i \le s_i \\ s_i - z_i, & \text{если } z_i > s_i \end{cases}$$

Соответственно, математическое ожидание фактической прибыли записывается как

$$M\left[P_i(s_i)\right] = \left[(1-k)\rho_0 - k\right] s_i + kc_{imax} + q\int_{d_i}^{s_i} (s_i - z_i) f(z_i) dz_i + \int_{s_i}^{l_i} (s_i - z_i) f(z_i) dz_i, \text{ i} \in \text{N}. \qquad (14)$$

Здесь, как и отмечалось выше, поведение агента при максимизации математического ожидания фактической прибыли можно оценить из анализа выражения

$$\frac{\partial M\left[P_i\left(s_i\right)\right]}{\partial s_i}=\left(1-k\right)\left(\rho_0+1\right)-\left(1-q\right)F\left(s_i\right) \tag{15}$$

Из (15) следует, что неравенство (4) выполняется всегда, если

$$\left(1-k\right)\left(\rho_0+1\right)-\left(1-q\right)>0. \tag{16}$$

Если $k=1/n$, то фонд финансирования C распределяется полностью и (16) можно представить в виде

$$q>\frac{1-\rho_0\left(n-1\right)}{n}. \tag{17}$$

Справедливость неравенства (17) приводит к тому, что (4) выполняется всегда для любой функции распределения F. При этом для увеличения математического ожидания своей фактической прибыли агенты, при любой функции распределения F, будут увеличивать свои плановые затраты $s_i \to l_i$, $i \in N$, а это означает, что механизм не является противозатратным.

Рассмотрим теперь случай, когда для функции распределения F справедливо (5). В этом случае (14) принимает вид

$$M\left[P_i\left(s_i\right)\right]=\left[\left(1-k\right)\rho_0-k\right]s_i+kc_{i\max}+q\frac{\left(s_i-d_i\right)^2}{2\left(l_i-d_i\right)}-\frac{\left(l_i-s_i\right)^2}{2\left(l_i-d_i\right)}$$

Определим, при каком значении s_i математическое ожидание прибыли принимает максимальное значение. Для этого необходимо решить уравнение

$$\frac{\partial M\left[P_i\left(s_i\right)\right]}{\partial s_i}=\left(1-k\right)\left(\rho_0+1\right)-\left(1-q\right)\frac{s_i-d_i}{l_i-d_i}=0.$$

Решение этого уравнения записывается как

$$s_i^*=d_i+\frac{\left(1-k\right)\left(\rho_0+1\right)}{1-q}\left(l_i-d_i\right). \tag{18}$$

В стохастическом случае механизм будет противозатратным, когда $s_i^*<l_i$ $i=1,\ldots,n$. Из (18) получаем, что последнее неравенство выполняется, когда

$$\frac{\left(1-k\right)\left(\rho_0+1\right)}{1-q}<1. \tag{19}$$

При доказательстве утверждения было показано, что $\rho_0 \le C/L-1$. Пусть $\rho_0=C/L-1$, тогда (19) принимает вид

$$q<1-\left(1-k\right)\frac{C}{L}. \tag{20}$$

Выше показано, что для обеспечения гарантированного финансирования агентов должно выполняться условие $C \ge L$, если $k=1/n$, т.е. фонд C распределяется полностью, и т.к. $q\in[0;1]$ то механизм распределения будет противозатратным, когда $C\in\left[L;\frac{n}{n-1}L\right]$.

В качестве примера, рассмотрим случай, когда $C=L$. Областью противозатратности является заштрихованный треугольник на рис. 1.

При этом, как следует из (20) $q<k$. Также не сложно показать, что если размер фонда финансирования больше $\left(nL\right)/\left(n-1\right)$ и весь фонд распределяется полностью, то при любом $q\in[0;1]$ механизм распределения не является противозатратным.

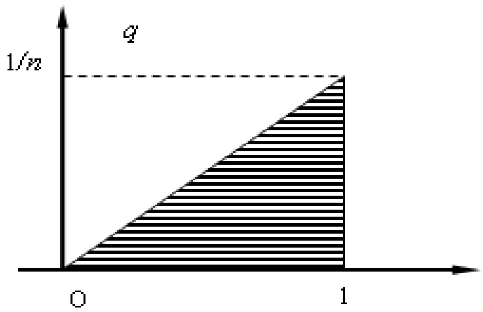

Рис. 1 Область противозатратности

Заключение

При равномерном распределении фактических затрат в диапазоне от di до li и C≥L, если справедлива гипотеза слабого влияния [2], то принцип равных рентабельностей не обеспечивает противозатратность распределения финансовых средств. Противозатратность принципа равных рентабельностей может быть достигнута, когда распределяемые средства меньше максимально допустимых потребностей агентов L, справедливо (8), и установлено q, удовлетворяющее условию (10). Распределение фонда финансирования на основе максимальной и минимальной рентабельностей выбор нормативов q<k позволяет обеспечить противозатратность механизма распределения и сообщение агентами si<li, i∈N. Минимальное значение плановых затрат, которое агенты могут сообщить в Центр определяется как

$$s_i^* = \frac{d_i + (n-1) l_i}{n}.$$

Литература

1. *Бурков В.Н., Данев Б., Еналеев А.К. и др.* Большие системы: моделирование организационных механизмов. М.: Наука, 1989. - 246 с. [Burkov V.N., Danev B., Enaleev A.K., et al. Large systems: modeling of organizational mechanisms. M. Moscow: Nauka, 1989. - 246 p. (In Russian)]
2. *Бурков В.Н.* Основы математической теории активных систем. М.: Наука, 1977. – 255 с. [Burkov V.N. Fundamentals of the mathematical theory of active systems. - M.: Science, 1977. – 255 p. (In Russian)]
3. *Хайек Ф.А.* Право, законодательство и свобода: Современное понимание либеральных принципов справедливости и политики - М.: ИРИСЭН, 2006. - 644 с. (Серия «Политическая наука») [Hayek F.A. Law, Legislation and Liberty. A New Statement of the Liberal Principles of Justice and Political Economy – Routledge, 1982 646 p.]
4. *Hylton K.N Antitrust Law:* Economic Theory and Common Law Evolution – Cambridge, University Press 2003 p.430.
5. Rockefeller E.S. Antitrust religion - Cato Institute, 2007, p. 124.
6. *Connor J.M.* Effectiveness of Antitrust Sanctions of Modern International Cartels. // Journal of Industry, Competition and Trade, Vol.6, №. 3, 2006. pp.195-223.
7. Manne G.A., Wright J.D. Innovation and the Limits of Antitrust // Journal of Competition Law and Economics, Vol. 6, №. 1, 2010, p. 153-202.
8. *Spedding T.A, Sun G.Q.*, Application of discrete event simulation to the activity based costing of manufacturing systems, International Journal of Production Economics Vol. 58 №3, 1999, pp. 289–301.
9. Mevellec P. Cost Systems Design, Springer International Publishing, 2009, p. 310.
10. *Joseph Berk.* Cost Reduction and Optimization for Manufacturing and Industrial Companies, John Wiley & Sons, Inc. Hoboken, New Jersey and Scrivener Publishing LLC, Salem, Massachusetts, 2010. p. 272.
11. *Бурков В.Н., Кашенков А.Р.* Противозатратные механизмы управления научными исследованиями и разработками. В кн. Совершенствование организационно-экономического механизма управления деятельностью научно-исследовательских и проектно-конструкторских учреждений. М.: МДНТП, 1988. с.45. [Burkov V.N., Kashenkov A.R. Cost-saving mechanisms of scientific research and development management. In the book. Improving the organizational and economic mechanism for managing the activities of research and design institutions. Moscow: MDNTP, 1988. p. 45. (In Russian)]

12. *Щепкин А.В.* Противозатратные механизмы финансирования // Проблемы управления, №3, 2018, с. 17-25. [Shchepkin A.V. Cost-saving financing mechanisms // Management Problems, No. 3, 2018, pp. 17-25. (In Russian)]
13. *Бурков В.Н., Дорри М.Х., Щепкин А.В., Кашенков А.Р.* Манипулируемость противозатратного механизма ценообразования при определении стоимостей разработки, состоящей из нескольких проектов // Информационные технологии моделирования и управления. 2018. Т. 112. № 4. с. 244-252. [Burkov V.N., Dorri M.Kh., Shchepkin A.V., Kashenkov A.R. Manipulability of the cost-saving pricing mechanism in determining the costs of a development consisting of several projects // Information Technologies of modeling and management. 2018. T. 112. No. 4. pp. 244-252. (In Russian)]
14. *Бурков В.Н., Еналеев А.К. Новиков Д.А.* Вероятностная задача стимулирования // Автоматика и телемеханика, № 12, 1993, С. 140–145. [Burkov V.N., Enaleev A.K. Novikov D.A. Probabilistic incentive task //Automation and Remote Control, № 12, 1993, pp. 140-145. (In Russian)]
15. *Еналеев А.К., Новиков Д.А.* Оптимальные механизмы стимулирования в активной системе с вероятной неопределенностью. I //Автоматика и телемеханика, № 9, 1995, с. 117–126. [Enaleev A.K., Novikov D.A. Optimal incentive mechanisms in an active system with probable uncertainty I //Automation and Remote Control, № 9, 1995, pp. 117-126. (InRussian)]
16. *Бурков В.Н., Новиков Д.А.* Оптимальные механизмы стимулирования в активной системе с вероятностной неопределенностью. II //Автоматика и телемеханика, № 10, 1995, с. 121–126. [Burkov V.N., Novikov D.A. Optimal incentive mechanisms in an active system with probabilistic uncertainty II/Automation and Remote Control, №10, 1995, pp. 121-126. (In Russian)]
17. *Hart O., Holmstrom B.* Theory of contracts // Advances in economic theory, 5th world congress/ Cambridge, 1987, pp. 71-155.
18. *Hart O. Firms*, Contracts and Financial Structure. Oxford: Oxford University Press, 1995. 240 p.
19. *Щепкин А.В.* Внутрифирменное управление (модели и механизмы) // Учебное пособие. М.: ИПУ РАН, 2001-80 с.
20. *Ануфриев И.К., Бурков В.Н., Вилкова Н.И., Рапацкая С.Т.* Модели и механизмы внутрифирменного управления. М.: ИПУ РАН, 1994. – 72 с.