

# МЕТОДЫ СОГЛАСОВАННОГО ПЛАНИРОВАНИЯ В ОРГАНИЗАЦИОННО-ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ С ИЕРАРХИЧЕСКОЙ СТРУКТУРОЙ<sup>83</sup>

Широкий А.А., Буркова И.В., Бурков В.Н.

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН,  
Россия, г. Москва, ул. Профсоюзная, д. 65  
shiroky@ipu.ru, irbur27@gmail.com, vlab17@bk.ru

*Аннотация:* В работе рассматривается задача согласованного планирования комплексной деятельности (КД) в иерархических организационно-технических системах. Построены алгоритмы решения для сепарабельных затрат с оценкой эффективности. Предложен метод учёта синергетических эффектов на основе анализа входящих видов деятельности агентов в вершинные покрытия графа взаимозависимостей КД.

Ключевые слова: согласованное планирование, иерархические ОТС, комплексная деятельность

## Введение

Под комплексной деятельностью (КД) обычно понимают целенаправленную активность человека, обладающую нетривиальной внутренней структурой, с множественными и/или изменяющимися субъектом, технологией, ролью предмета деятельности в его целевом контексте. В рамках методологии комплексной деятельности [1] КД рассматривается вместе с осуществляющим её субъектом, в общем случае являющимся сложной иерархической организационно-технической системой. Важным преимуществом методологии КД является совместное согласованное рассмотрение жизненных циклов деятельности, её предмета, субъекта, ресурсов и технологий.

В существующих моделях комплексной деятельности можно выделить три типа согласования и соответствующих им классов задач:

1. Согласование по технологическим связям подсистем КД (по времени, ресурсам и др.), описываемым сетевыми структурами. Задача согласованного планирования сводится к оптимизационным задачам на сетях (часто дискретным). Примером являются задачи календарного планирования, решаемые с помощью алгоритмов на основе метода сетевого программирования (см., например, [2, 3]).
2. Согласование по целям ОТС, являющейся субъектом КД (иначе — «центра») и её подсистем. Целевая функция центра зависит от целевых функций подсистем. Задача согласованного планирования заключается в определении значений целевых функций подсистем, оптимизирующих целевую функцию центра (см., например, [4]).
3. Согласование (точнее, учёт) интересов подсистем на основе условий согласования, задача которых снизить степень искажения информации, передаваемый от подсистем центру. Такие задачи рассматриваются в теории активных систем (см. [5, 6], а также обзор [7]).

В работе рассмотрена трёхуровневая модель комплексной деятельности с согласованием второго типа. Её особенностями являются учёт возможных синергетических эффектов при планировании, а также «встроенная» оценка эффективности планирования на основе механизма комплексного оценивания [3, 8] — то есть, в модели реализован комплекс взаимосвязанных механизмов.

## 1 Общая постановка задачи согласованного планирования в трёхуровневой ОТС

Рассмотрим трёхуровневую организационно-техническую систему (ОТС), состоящую из одного управляющего органа — центра  $S_0$  — на верхнем уровне иерархии,  $n$  промежуточных центров  $\{S_i\}_{i=1, \dots, n}$  на втором уровне и  $N$  агентов  $\{AT_{ij}\}$ ,  $j = 1, \dots, N_j$ ,  $i = 1, \dots, n$ ,  $N = \sum_{i=1}^n N_i$  на нижнем уровне.

Будем считать, что каждый агент подчинён ровно одному центру промежуточного уровня, то есть подчинённость в рассматриваемой ОТС имеет древовидную структуру. Совокупность промежуточного центра  $S_i$  и  $N_i$  подчинённых ему агентов будем называть  $i$ -ой подсистемой. Совокупность центра  $S_0$  и всех промежуточных центров будем называть метасистемой.

Пусть эффекты от деятельности каждого агента являются измеримыми и для  $j$ -го агента, подчиняющегося  $i$ -му центру характеризуются величиной  $r_{ij}$ . Эффекты деятельности промежуточных центров зависят от эффектов подчинённых им агентов.

Наконец, эффект деятельности управляющего органа и, соответственно, метасистемы  $S_0$  зависит от эффектов промежуточных центров.

<sup>83</sup> Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского научного фонда (грант 16-19-10609)

Назовём *программой деятельности*  $i$ -го промежуточного центра бинарный вектор  $P_i = (p_{i1}, \dots, p_{iN_i})$ ,  $p_{ij} = 1$ , если деятельность агента  $AT_{ij}$  запланирована в рамках данной программы, и  $p_{ij} = 0$  в противном случае. Величину

$$Q_i = E_i(p_{i1}r_{i1}, \dots, p_{iN_i}r_{iN_i}) \quad (1)$$

назовём *эффектом* программы деятельности  $P_i$ .

Предположим, что метацентр располагает ограниченным ресурсом  $C$ , который должен распределить между промежуточными центрами. Те, в свою очередь, предлагают метацентру несколько наборов программ деятельности. Метацентр может назначить ресурсы для реализации не более одной программы деятельности для каждого промежуточного центра. Возможные стратегии метацентра имеют вид бинарного вектора  $P = (P_{1j_1}, \dots, P_{nj_n})$ , где  $P_{ij_i} = 0$  когда программа деятельности отклонена метацентром и  $P_{ij_i} = 1$  когда программа деятельности отобрана метацентром для реализации. Совокупный эффект деятельности метацентра будет определяться как

$$E_0(P_{1j_1}E_1(\cdot), \dots, P_{nj_n}E_n(\cdot)). \quad (2)$$

Тогда задача метацентра заключается в максимизации эффекта своей деятельности путём выбора наилучшей стратегии, то есть нахождения  $P$ , максимизирующего  $E_0$  при заданной величине затрат  $C$ .

## 2 Согласованное планирование в системе с иерархической структурой с сепарабельными затратами

Вначале предположим, что деятельность агентов независима и, соответственно, затраты на её финансирование сепарабельны, то есть

$$\forall i \in [1, n] \quad C_i = \sum_{j=1}^{N_i} p_{ij}c_{ij}, \quad (3)$$

где  $c_{ij}$  — затраты на деятельность агента  $AT_{ij}$ .

Определим следующий порядок функционирования.

1. Агенты сообщают своим промежуточным центрам сведения о своей комплексной деятельности, включая её запланированный эффект  $p_{ij}$  и необходимые для её реализации затраты  $c_{ij}$ . Здесь  $i \in n$  — номер промежуточного центра, а  $j \in [1, N_i]$  — номер агента из числа  $N_i$  подчинённых  $i$ -му промежуточному центру.
2. Промежуточные центры формируют программы деятельности  $P_i$  и сообщают метацентру стоимость  $C_i$  реализации каждой программы и ожидаемые от них эффекты  $Q_i$ .
3. Метацентр формирует из них оптимальный в смысле максимизации совокупного эффекта набор программ с учётом имеющихся ограничений на ресурсы, то есть решает задачу (2).

Для решения задачи согласованного планирования метацентру необходимо внедрить комплексный механизм управления, обеспечивающий выполнение следующих условий:

1. Агенты сообщают достоверную информацию промежуточным центрам (неманипулируемость);
2. Промежуточные центры формируют эффективные программы.

Для выполнения условия первого условия метацентру достаточно обязать промежуточные центры использовать один из механизмов планирования, удовлетворяющих условию неманипулируемости — например, механизм активной экспертизы с информационным управлением (более подробно см. [9]).

Для формирования эффективных наборов программ промежуточные центры могут воспользоваться механизмом «затраты-эффект». Опишем эту процедуру, следуя [8].

Зафиксируем произвольный промежуточный центр  $i$ . Для КД каждого подчинённого ему агента посчитаем её эффективность

$$e_{ij} = \frac{r_{ij}}{c_{ij}}, \quad j = \overline{1, N_i}$$

Отсортируем КД по убыванию их эффективности и построим таблицу КД, в которой затраты и эффект суммируются нарастающим итогом (подробнее см. [8], с. 241–243). Полученная таблица отражает зависимость «затраты-эффект», которая определяет максимальный эффект от выполнения заданного множества КД при заданной величине финансирования. Назовём такую зависимость *идеальной*.

Для построения *реальной* зависимости «затраты-эффект» необходимо решить известную задачу о ранце, задавая различные уровни финансирования  $C_i$ :

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{N_j} r_{ij} x_j \rightarrow \max, \\ x_j \in [0,1], \\ \sum_{j=1}^{N_j} c_{ij} x_j \leq C_i. \end{cases} \quad (4)$$

Для решения задачи (4) при различных значениях  $C_i$  эффективным является метод динамического программирования.

Как было отмечено выше, для каждого промежуточного центра  $i$  имеется количественная оценка его состояния  $E_i$ , отражающая эффект от его деятельности по управлению подчинёнными агентами.

Введём граничные уровни эффекта  $A_1, A_2, \dots, A_m$  (как правило,  $m = 4$ ). Если эффект меньше  $A_1$ , то это катастрофическое состояние данного центра (оценка '0'). Если  $A_1 \leq E < A_2$ , то состояние плохое (оценка '1'). Если  $A_2 \leq E < A_3$ , то состояние удовлетворительное (оценка '2'). Если  $A_3 \leq E < A_4$ , то состояние хорошее (оценка '3'). Наконец если  $E \geq A_4$ , то состояние отличное (оценка '4').

Зная эффект  $E_i$ , можно определить минимальные приращения эффекта, необходимые для улучшения оценки деятельности промежуточного центра. Так, например, если  $E = 10$ , а граничные уровни  $A_1 = 5, A_2 = 15, A_3 = 30, A_4 = 50$ , то этот центр находится в плохом состоянии. Для перехода в лучшее состояние требуется увеличить эффект соответственно на  $\Delta_2 = A_2 - E = 5$  (для перехода в состояние «удовлетворительно»), на  $\Delta_3 = 20$  (для перехода в состояние «хорошо»), или на  $\Delta_4 = 40$  (для перехода в состояние «отлично»).

Теперь на основе зависимостей «затраты-эффект» (идеальных или реальных) можно определить минимальные затраты  $s_{ik}$ , требуемые для перевода промежуточного центра  $i$  в состояние с оценкой  $k$ , и соответствующую программу деятельности (набор проектов). Соответствующие таблицы ( $s_{ik}$ ) передаются в метацентр.

Опишем алгоритм формирования метацентром комплексной программы деятельности на основе программ деятельности промежуточных центров. Предварительно метацентр формирует комплексную оценку состояния системы  $E_2(E_1, E_2, \dots, E_n)$ , отражающую эффект её деятельности в зависимости от оценок состояния (результатов деятельности) промежуточных центров. Большую популярность в последние годы приобрёл метод формирования систем (механизмов) комплексного оценивания (см, например, [10]) на основе дихотомического дерева свёрток критериев, вершины которого соответствуют промежуточным центрам, а в остальных вершинах производится свёртка пар критериев (обобщённых критериев) на основе матриц, заданных в каждой вершине.

Вершины рассматриваются последовательно, начиная с нижних уровней. Строки матрицы свёртки в каждой вершине соответствуют оценкам по одному критерию (или обобщённому критерию), а столбцы — по другому. Каждой оценке присваиваются минимальные затраты, требуемые для её получения. В клетках матрицы записываются оценки, которые являются результатом свёртки оценок по строкам и столбцам, а также суммарные затраты на её получение. Далее из всех клеток с одинаковыми оценками выбирается клетка с минимальными затратами. Таким образом определяются затраты на достижение соответствующих обобщённых оценок. В корневой вершине мы получаем минимальные затраты, требуемые для достижения того или иного значения комплексной оценки. Сама комплексная программа, как набор программ промежуточных центров, определяется методом обратного хода.

Рассмотрим пример. Пусть организационно-техническая система включает в себя три промежуточных центра  $S_1, S_2$  и  $S_3$ , реализующих некоторую комплексную деятельность каждый. Эффектом и эффективностью деятельности  $i$ -го промежуточного центра будем называть, соответственно, значения функций  $E_i(\cdot) = \sum_j r_{ij} p_{ij}$  и  $Q_i(\cdot) = \sum_j r_{ij} p_{ij} / \sum_j c_{ij} p_{ij}$ , где  $c_{ij}$  — затраты  $i$ -го промежуточного центра на деятельность подчинённого ему  $j$ -го агента. Не умаляя общности, будем считать, что эффект комплексной деятельности промежуточных центров  $S_1, S_2$  и  $S_3$  полностью определяется эффектами деятельности агентов  $A_{11}, A_{21}$  и  $A_{31}$  соответственно, причём  $E_1 = 10, E_2 = 0$ , а  $E_3 = 25$ . Введём граничные уровни эффекта  $A_1 = 50, A_2 = 70, A_3 = 120, A_4 = 180$ .

Построим систему комплексной оценки деятельности метацентра. Для этого будем использовать критерии К1 — «оценка КД  $S_1$ », К2 — «оценка КД  $S_2$ », К3 — «оценка КД  $S_3$ », К4 — «агрегированная оценка КД  $S_1$  и  $S_2$ » и, наконец, итоговый критерий К — «оценка КД метацентра». Будем использовать следующие матрицы свёртки (рис. 1):

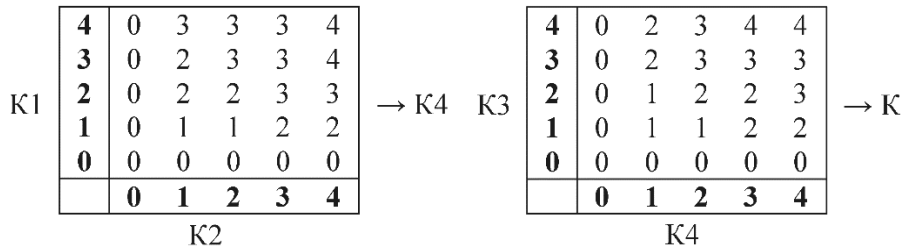


Рис. 1. Матрицы свёртки

Тогда  $K = K1 = K2 = K3 = K4 = 0$  — система находится в катастрофическом состоянии. Предположим, что промежуточные центры предлагают метacentру следующие программы деятельности (табл. 1):

Таблица 1. Перечень программ деятельности промежуточных центров

Программа	Затраты $c$	Эффект $r$
Программы промежуточного центра $S_1$		
$P_{11}$	50	55
$P_{12}$	60	72
$P_{13}$	80	100
$P_{14}$	110	155
$P_{15}$	130	155
$P_{16}$	140	172
$P_{17}$	190	227
Программы промежуточного центра $S_2$		
$P_{21}$	60	78
$P_{22}$	180	216
$P_{23}$	240	294
Программы промежуточного центра $S_3$		
$P_{31}$	80	90
$P_{32}$	120	132
$P_{32}$	200	222

Табл. 1 является реальной таблицей «затраты-эффект». Использование идеальной таблицы, полученной по методу «затраты-эффект» в данном случае нецелесообразно, поскольку при малом числе проектов идеальная таблица может существенно отличаться от реальной. На основе табл. 1 получим следующую таблицу минимальных затрат (табл. 2):

Таблица 2. Таблица минимальных затрат

Центр \ Оценка	Оценка			
	1	2	3	4
1	50	60	110	140
2	60	60	180	180
3	80	80	120	200

Теперь, используя табл. 2, можно записать матрицы свёртки с минимальными затратами на получение тех или иных оценок (рис. 2):

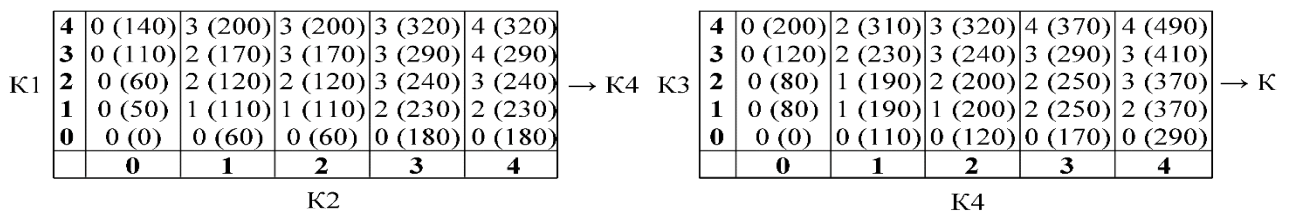


Рис. 2. Матрицы свёртки с указанием минимальных затрат на достижение требуемых значений критериев (в скобках)

В описанном случае для достижения:

- оценки 4 (значения  $K = 4$ ) необходимо реализовать программы  $P_{14}, P_{21}, P_{33}$  с суммарными затратами 370 единиц;
- оценки 3 — программы  $P_{12}, P_{21}, P_{32}$  с затратами 240 единиц;
- оценки 2 — программы  $P_{12}, P_{21}, P_{31}$  с затратами 200 единиц;
- оценки 1 — программы  $P_{11}, P_{21}, P_{31}$  с затратами 190 единиц.

### 3 Задача согласованного планирования в системе с иерархической структурой и локальной синергией

Предположим, что внутри групп агентов, подчинённых некоторым промежуточным центрам, существует локальная синергия деятельности, позволяющая оптимизировать затраты.

В этом случае алгоритм решения задачи для метацентра остаётся прежним. Для промежуточных центров опишем процедуру построения зависимости «затраты-эффект» с учётом синергии. Примем, что синергетический эффект возникает только между парами проектов (агентов). Заметим, что задача построения зависимости «затраты-эффект» сводится к задаче квадратичного целочисленного программирования в переменных 0 и 1. Поэтому её можно решить существующими программными инструментами.

**Определение.** *Графом взаимозависимостей* называется неориентированный граф, рёбра которого связывают взаимозависимые проекты.

Опишем метод решения, эффективный при небольшом числе  $q$  рёбер графа взаимозависимостей. Для этого определим вершинное покрытие графа взаимозависимостей (множество таких вершин, что любое ребро инцидентно хотя бы одной вершине этого множества).

Рассмотрим все варианты вхождения в программу проектов, соответствующих вершинам вершинного покрытия. Таких вершин будет  $2^q$ . Для каждого варианта решаем задачу определения зависимости «затраты-эффект», при этом если ребро  $(u, v)$  графа взаимозависимостей такое, что вершина  $u$  принадлежит вершинному покрытию, то затраты проекта  $v$  уменьшаются на величину синергетического эффекта (обозначим это уменьшение через  $t_{uv}$ ).

Пример. Пусть граф взаимозависимостей имеет вид, изображённый на рис. 3.

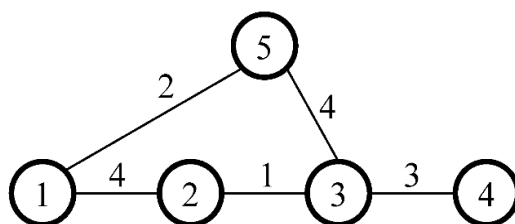


Рис. 3. Граф взаимозависимостей проектов

На рёбрах графа показаны величины  $t_{uv}$ . Вершинное покрытие образуют, например, вершины 1 и 3. Необходимо рассмотреть  $2^q = 4$  варианта.

**Вариант 1.** Оба проекта не входят в программу.

**Вариант 2.** Проект 3 входит в программу, а проект 1 — не входит. В этом случае затраты проектов 2, 4 и 5 уменьшаются на 1, 3 и 4 соответственно.

**Вариант 3.** Проект 1 входит в программу, а проект 3 — не входит. В этом случае затраты проектов 2 и 5 уменьшаются, соответственно, на 4 и 2.

**Вариант 4.** Оба проекта — 1 и 3 — входят в программу. В этом случае затраты проекта 2 уменьшаем на  $1 + 4 = 5$ , проекта 5 на  $2 + 4 = 6$ , а проекта 4 — на 3.

Для каждого варианта определяется величина затрат  $C(k)$ , где  $k$  — номер варианта. Далее выбирается вариант с минимальными затратами.

### 4 Задача согласованного планирования в системе с иерархической структурой и глобальной синергией

Предположим, что деятельность агентов сложно взаимосвязана и снижение затрат наблюдается как минимум для деятельности двух агентов, подчиняющихся разным промежуточным центрам, т. е. если агенты  $(i, k)$  и  $(j, s)$  взаимозависимы, то затраты агента  $(i, k)$  равны  $c_{ik} - \Delta_{ik}$ , а агента  $(j, s)$  равны  $c_{js} - \Delta_{js}$ , где  $\Delta_{ik} + \Delta_{js} > 0$ .

Обобщим метод, описанный для локальной синергии на этот случай. Для этого рассмотрим граф взаимозависимостей проектов различных промежуточных центров. Другими словами, в графе

учитываются только рёбра, соединяющие такие вершины, что соответствующие проекты принадлежат различным промежуточным центрам. Назовём этот граф графом межсистемных взаимозависимостей.

Так, например, если в графе на рис. 3 проекты 1 и 3 принадлежат одному центру, а проекты 2, 4 и 5 — другому, то мы получим граф межсистемных взаимозависимостей. Определяем вершинное покрытие этого графа. Рассматриваем, как и в предыдущем случае, все варианты вхождения проектов вершинного покрытия в комплексную программу метacentра (таких вариантов  $2^q$ , где  $q$  — число вершин вершинного покрытия).

Для каждого варианта промежуточные центры решают независимо задачи определения таблиц минимальных затрат, как описано выше. Эти таблицы они передают метacentру, который для каждого варианта определяет минимальные затраты, необходимые для достижения требуемой комплексной оценки. Из всех вариантов выбирается вариант с минимальными суммарными затратами.

Также можно решать обратную задачу, то есть определять максимальную величину комплексной оценки, которую можно получить при заданной величине суммарных затрат.

## Заключение

Предложенный подход позволяет решать задачи согласованного планирования в организационно-технических системах с многоуровневой иерархической структурой. Важным его преимуществом является встроенный инструментальный оценки эффективности планирования на основе механизма комплексного оценивания. Помимо возможности гибкой настройки последнего, следует отметить его устойчивость к стратегическому поведению активных агентов, обладающих способностью искажать информацию о своих возможностях и предпочтениях для достижения собственных целей (свойство неманипулируемости). Перспективной видится дальнейшая работа по синтезу комплексных механизмов управления в многоуровневых системах, реализующих другие функции управления.

## Литература

1. Белов М.В., Новиков Д.А. Методология комплексной деятельности. — М.: Ленанд, 2018. — 320с.
2. Белов М.В., Новиков Д.А. Сетевые активные системы: модели планирования и стимулирования // Проблемы управления. 2018, № 1. — С.47-57.
3. Burkov V.N., Burkova I.V., Zaskanov V.G. The network programming method in project scheduling problems // Automation and Remote Control. Vol. 81. 2020, № 6. — P.978-987.
4. Новиков Д.А. Механизмы функционирования многоуровневых организационных систем. — М.: Фонд «Проблемы управления», 1999. — 161с.
5. Enaleev A.K. Optimal incentive-compatible mechanisms in active systems // Automation and Remote Control. Vol. 74, 2013, № 3. — P.491-505.
6. Enaleev A.K. Coordinated Management in Hierarchical Network Structures // Proc. of 12th IEEE Conference Management of Large-Scale System Development MLSD'2019. — Moscow: IEEE, 2019. — URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/8911041>.
7. Еналеев А.К. Согласованные механизмы управления в активных системах // Управление большими системами. Выпуск 83. 2020. — С.5-28.
8. Новиков Д.А. Теория управления организационными системами. — 3-е изд. — М.: Изд-во физ.-мат. лит., 2012. — 604с.
9. Механизмы управления: Мультифункциональное учебное пособие / под ред. Д.А. Новикова. — М.: УРСС, 2011. — 216с.
10. Бурков В.Н., Буркова И.В., Коргин Н.А., Щепкин А.В. Модели согласованного комплексного оценивания в задачах принятия решений // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника. — Т. 20. — 2020, № 2. — С.5-13.