

ТЕОРЕТИКО-ИГРОВЫЕ МОДЕЛИ БОЕВЫХ ДЕЙСТВИЙ НА ТАКТИЧЕСКОМ И ОПЕРАТИВНО-ТАКТИЧЕСКОМ УРОВНЯХ

Корепанов В.О.

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН,
Россия, г. Москва, ул. Профсоюзная, д.65
moskvo@yandex.ru,

Шумов В.В.

Международный научно-исследовательский институт проблем управления,
Россия, г. Москва, проспект 60-летия Октября, д. 9
v.v.shumov@yandex.ru

Аннотация. Найдено расширение теоретико-игровой задачи «нападение–защита» Ю.Б. Гермейера. Доказано, что в модели «наступление–оборона» применение двух критериев: 1) произведение вероятностей решения ближайшей и последующей тактической задачи, 2) минимальное значение названных вероятностей, – дает два принципиально разных решения.

Ключевые слова: социальная система, функция конфликта, общевойсковой бой, наступление, оборона.

Введение

Двум основным способам получения дохода (производительная и конфликтная деятельность) ставятся в соответствие производственные функции и функции конкурса или конфликта. Вероятно, первая функция конфликта рассмотрена Ю.Б. Гермейером [1]:

$$p_x(x, y) = \frac{2\beta x - y}{2\beta x}, \quad 2\beta x \geq y, \quad (1)$$

где: $p_x(x, y)$ – вероятность победы в конфликте первой стороны, β – параметр боевого превосходства первой стороны над второй, x (y) – численность боевых единиц первой (второй) стороны. Модель Г. Таллока имеет вид [2]:

$$p_x(x, y) = \frac{x^\mu}{x^\mu + y^\mu}, \quad (2)$$

где $\mu > 0$ – параметр решительности сторон. В целях анализа и моделирования боевых действий предложена следующая функция, позволяющая оценить вероятность победы в бою (сражении, операции) [3, 4]:

$$p_x(x, y) = \frac{(\beta x)^m}{(\beta x)^m + (y)^m} = \frac{q^m}{q^m + 1}, \quad q = \frac{\beta x}{y}, \quad \beta = \frac{\lambda_x}{\lambda_y} \omega, \quad \omega = \omega_1 \omega_2 \omega_3 \omega_4, \quad (3)$$

где: β – параметр боевого (морального и технологического) превосходства первой стороны над второй; q – соотношение сил сторон; m – параметр формы; $0 < \lambda_x < 1$ ($0 < \lambda_y < 1$) – доля «кровавых» потерь (убитыми и ранеными), выдерживаемая первой (второй) стороной; ω – параметр технологического (организационно-технического) превосходства первой стороны над второй. Компоненты параметра ω вытекают из определения боя (бой представляет собой совокупность согласованных по цели, месту и времени ударов, огня и маневра войск для уничтожения (разгрома) противника, отражения его ударов и выполнения других задач) и произведения математических ожиданий независимых случайных величин: ω_1 (ω_2 , ω_3 , ω_4) – превосходство первой стороны над второй в боевом опыте командиров и их подчиненных (соответственно, в разведке, маневренности и огневых возможностях). Опыт командиров и слаженностью подразделений обеспечивается согласованность действий. Частные коэффициенты $\omega_1, \dots, \omega_4$ вычисляются как отношения количественных характеристик боевых единиц сторон с учетом противодействия противника. Например, дальности эффективного поражения противника следует вычислять с учетом имеющихся у него средств индивидуальной и коллективной защиты; дальности обнаружения – с учетом возможностей по маскировке (задымлению) и т.д. Параметр морального превосходства λ_x / λ_y имеет решающее значение на исход боя. По М. Осипову, «победа зависит не от продолжительности боя, а главным образом от понесенных сторонами потерь; поэтому вернее будет считать, что бой длится до тех пор, пока потери одной из сторон не достигнут некоторого определенного %. Таким % в среднем можно считать 20%...» [5].

При малых численностях боевых единиц сторон и при преобладании нетрадиционных форм боя (нападения из засад, партизанские действия и т.д.) целесообразно использовать значение параметра формы $m = 0,5-0,75$. Успех боестолкновений в этом случае зависит от множества случайных факторов, учесть которые почти невозможно. Чтобы добиться высокой вероятности победы, необходимо обеспечить многократное превосходство в силах и средствах над противником. Например, при $m = 0,5$ вероятность победы $0,75$ достигается при боевом превосходстве над противником $q_i \approx 9$. Данный результат подтверждается практикой контртеррористических и специальных операций: опыт внутренних конфликтов свидетельствует о том, что соотношение численности правительственных войск к повстанцам должно быть в пределах (8–10) : 1 (восемь–десять единиц к одной). Многие государства Запада исходят именно из таких показателей при определении численности сил правопорядка [6].

Действия небольших тактических подразделений (рот, батальонов, полков, тактических групп) в наступлении и обороне могут быть описаны моделью отношения сил со значением параметра формы $m = 1$. В этом случае вероятность победы $0,75$ достигается при трехкратном превосходстве в силах и средствах над противником, что соответствует сложившимся представлениям о ведении общевойскового боя. На участках прорыва рекомендуется обеспечить десятикратное превосходство над противником. При этом вероятность успеха будет не ниже $0,9$.

При моделировании действий дивизий (корпусов, армий) в сражении (операции) представляется статистически обоснованным использовать значение параметра формы $m = 2-3$ [4]. Здесь успех сражения (операции) почти гарантирован при двух-трех кратном общем превосходстве над противником в силах и средствах. Полученные статистические выводы подтверждаются специалистами в области военной науки и искусства. Президент Академии военных наук генерал армии М.А. Гареев отмечал, что за время Великой Отечественной войны не было ни одной успешной оборонительной операции, проведенной значительно меньшими силами, чем у наступающего противника. Возможно отражение атак превосходящих сил противника в тактическом звене, но не в оперативно-стратегическом [6].

1 Модель «наступление–оборона» на тактическом уровне

1.1 Постановка задачи на моделирование

Известно, что основной формой тактических действий является бой. Наступательный бой применяется в целях разгрома противостоящей тактической группировки войск противника и овладения важным районом (рубежом, объектом) на его территории. Разновидностями наступательного боя являются прорыв, встречный бой и преследование. Подразделениям и частям в наступлении ставится ближайшая задача (обычно это разгром противника в опорных пунктах и районах на переднем крае обороны и овладение ими), последующая задача (расширение участка прорыва, отражение контратаки противника) и направление дальнейшего наступления [7].

Оборонительный бой применяется для срыва или отражения наступления превосходящих сил противника, удержания занимаемых позиций (рубежей), предотвращения прорыва противника к прикрываемым объектам и создания условий для перехода в наступление [7]. В зависимости от боевой задачи, наличия сил и средств, а также от характера местности оборона может быть позиционной (упорное удержание подготовленных районов обороны и местности) и маневренной (разгром противника на заранее подготовленных в глубине обороны рубежах путем контрударов и контратак).

Пусть имеется n обороняемых пунктов (районов, участков, направлений) с номерами $i = 1, \dots, n$, где возможен прорыв средствами наступающих. Обозначим R_x и R_y – количества боевых средств в распоряжении наступающих и обороняющихся. Ресурсы R_x и R_y полагаются бесконечно делимыми, что позволит учесть действия своих, приданных и поддерживающих единиц, когда их усилия попеременно направлены на различные пункты и задачи.

Наступающая сторона состоит из боевых единиц, предназначенных для решения ближайшей (прорыва обороны противника) и последующей (отражения контратаки резервов противника, занятия рубежа или объекта в глубине обороны) задачи (рис. 1). Вектор средств наступающих:

$$x = (x_1, \dots, x_n, u) \in X = \left\{ x \mid \sum_{i=1}^n x_i + u = R_x \right\}, \quad r_x = R_x - u, \quad x_i, u \in \mathfrak{R},$$

где: $x_i \geq 0$ – количество средств решения ближайшей задачи (первого эшелона), действующих на пункте i ; r_x – суммарное количество средств решения ближайшей задачи; $u > 0$ – количество средств решения последующей задачи (второго эшелона).

Обороняющаяся сторона состоит из войск первого эшелона и резерва (или второго эшелона). Задача первого эшелона заключается в недопущении прорыва пунктов обороны, задача резерва (второго эшелона) – в нанесении контрудара в случае прорыва обороны или удержании второй линии обороны. Вектор средств обороны:

$$y = (y_1, \dots, y_n, w) \in Y = \left\{ y \mid \sum_{i=1}^n y_i + w = R_y \right\}, \quad r_y = R_y - w, \quad y_i, w \in \mathfrak{R},$$

где: $y_i \geq 0$ – количество средств первого эшелона, имеющих задачу обороны пункта i ; r_y – суммарное количество средств решения первой задачи (удержания пунктов обороны); $w > 0$ – количество средств резерва, предназначенных для нанесения контрудара в случае прорыва пункта i (вторая задача).

Будем полагать, что цели сторон антагонистичны, а решения принимаются ими одновременно и независимо.

1.2 Задача прорыва (удержания) пунктов обороны

Учитывая принципы боя («решительное сосредоточение усилий на главном направлении в решающий момент»), положения военной науки (направление главного удара выбирается на уязвимом направлении) и исследования операций (свертка частных критериев в форме максимизации [1, с. 61]), вероятность решения наступающими ближайшей задачи можно определить в виде

$$f(x, y) = \max_{i=1, \dots, n} \frac{\beta_i x_i}{\beta_i x_i + y_i}, \quad \sum_{i=1}^n x_i = r_x, \quad \sum_{i=1}^n y_i = r_y \quad (4)$$

(нанесение удара по слабейшему пункту обороны противника).

Утверждение 1 [8]. В задаче прорыва (удержания) пунктов обороны оптимальная смешанная стратегия наступающих (закрывающаяся в прорыве всеми силами одного из пунктов обороны) равна:

$$\pi_i^0 = \frac{\beta_i}{B}, \quad B = \sum_{j=1}^n \beta_j, \quad i = 1, \dots, n. \quad (5)$$

Оптимальная (чистая) стратегия обороняющихся имеет вид

$$y^0 : y_i^0 = \frac{\beta_i}{B} r_y, \quad i = 1, \dots, n. \quad (6)$$

При этом значение игры равно

$$v = \frac{r_x B}{r_x B + r_y} = \frac{r_x \sum_{j=1}^n \beta_j}{r_x \sum_{j=1}^n \beta_j + r_y}. \quad (7)$$

Вынужденность обороны непосредственно следует из последнего выражения – с ростом количества объектов обороны возможности наступающих существенно возрастают.

В ряде случаев задача прорыва пунктов обороны может быть описана целевой функцией нападающего вида:

$$G(x, y) = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - p_x(x_i, y_i)) = 1 - \prod_{i=1}^n \left(\frac{y_i}{\beta_i x_i + y_i} \right), \quad \sum_{i=1}^n x_i = r_x, \quad \sum_{i=1}^n y_i = r_y \quad (8)$$

(вероятность прорыва хотя бы одного пункта обороны противника).

Утверждение 2. В игре прорыва (удержания) пунктов обороны с целевой функцией (8) значение игры и оптимальные стратегии сторон совпадают с соответствующими значениями игры с целевой функцией (4).

1.3 Распределение ресурса между тактическими задачами (эшелонами)

В задаче «наступление–оборона» целевую функцию наступающих определим в виде

$$F(u, w) = f(x, y)g(u, w) = \frac{B(R_x - u)}{B(R_x - u) + R_y - w} \times \frac{\delta u}{\delta u + w} \quad (9)$$

$$0 < u_1 \leq u \leq u_2 < R_x, \quad 0 < w_1 \leq w \leq w_2 < R_y, \quad (10)$$

где: $f(x, y)$ – вероятность решения наступающими ближайшей задачи; $g(x, y)$ – вероятность решения наступающими последующей задачи; δ – параметр боевого превосходства наступающих при

решении ими последующей задачи; $u_1 > 0, u_2 > 0, w_1 > 0, w_2 > 0$ – малые величины. Ограничения (10) отражают тактическую необходимость решения сторонами двух задач.

Утверждение 3. Решение задачи с целевой функцией (9) имеет вид:

$$u^* = R_x D, \quad w^* = R_y D, \quad D = \frac{R_y + BR_x}{2R_y + (B + \delta)R_x}. \quad (11)$$

Содержательно значение параметра D есть доля войск, выделенных во второй эшелон (резерв). Эта доля растет с увеличением параметра B и уменьшается с увеличением параметра δ .

Агрегированный параметр боевого превосходства B увеличивается, если, например, оборона неподготовлена (слабо подготовлена) или обороняющиеся вынуждены удерживать первым эшелоном достаточно большое количество пунктов. В этом случае обороняющимся выгоднее значительную часть войск иметь в резерве для нанесения контратак по прорвавшемуся противнику с целью срыва его планов. Разумеется, наступающие на такое поведение обороняющихся ответят увеличением доли войск своего второго эшелона.

Найденные зависимости распределения боевых единиц обороняющейся стороны по задачам (эшелонам) соответствуют взглядам военных специалистов на подготовку и ведение оборонительных действий. В частности, когда обороняющиеся не уступают наступающим в мобильности и при поспешно занимаемой обороне организуется мобильная оборона, при которой значительная часть сил и средств (до двух третьих) выделяется во второй эшелон (резерв) с целью разгрома вклинившегося противника в ходе контратак. Позиционная оборона основывается на прочном удержании в течение определенного времени заранее подготовленных в инженерном отношении оборонительных позиций, максимальном использовании огневых средств, расположении главных сил и средств в основном районе обороны соединения.

1.4 Распределение ресурса между тактическими задачами вышестоящим органом управления

Последующая задача полка (дивизии) обычно является ближайшей задачей дивизии (корпуса, армии), и в этой связи успех всей операции определяется в значительной степени успехом прорыва обороны противника на тактическую глубину.

Исходя из принципа гарантированного результата определим целевую функцию наступающих в виде:

$$F(u, w) = \min \left(\frac{B(R_x - u)}{B(R_x - u) + R_y - w}; \frac{\delta u}{\delta u + w} \right), \quad 0 \leq u \leq R_x, \quad 0 \leq w \leq R_y, \quad B > \delta \quad (12)$$

(наступающие оценивают вероятность прорыва слабейшего пункта обороны и вероятность выполнения последующей задачи и принимают в качестве критерия минимальное значение). Соответственно, цель обороняющихся может быть оценена критерием $1 - F(u, w)$.

Утверждение 4. Решение теоретико-игровой задачи с целевой функцией (12): наступающая

сторона выбирает чистую стратегию $u^0 = \frac{B}{B + \delta} R_x$, а обороняющаяся сторона с вероятностью $\frac{\delta}{B + \delta}$

распределяет все силы и средства на второй линии обороны, а с вероятностью $\frac{B}{B + \delta}$ – на первой.

Рассмотрим содержательную интерпретацию задачи. Рассуждая об итогах Варшавско-Познаньской операции войск 1-го Белорусского фронта, Г.К. Жуков отмечал, что противник способен определить время и направление главного удара, и не было полной гарантии о достижении оперативно-тактической внезапности, поэтому он, как командующий, шел на худшее и расчет строил также на худшее. «Что противник мог сделать, когда бы он разгадал наш замысел? Он мог оставить в первом эшелоне обороны, т. е. на своем переднем крае, усиленное прикрытие, станковые пулеметы, ручное автоматическое оружие, отдельные пушки и даже поставить танки. Любую разведку, которую бы мы вели, он отбрасывал бы и этим создавал впечатление, что он здесь сидит крепко. В глубине обороны противник мог расставить макеты, иметь дежурные средства, маневрируя которыми по траншеям мог создать впечатление, что непосредственные позиции, прилегающие к переднему краю на глубину 2-3 км, живут и не только живут, но и стреляют. Главные же силы он мог держать в 5-6 км от переднего края. Потеряв, наконец, от нашего первого удара 5-6 км территории и заставив нас расстрелять артыпасы, он достиг бы срыва нашей операции» [9].

Для достижения успеха операции Г.К. Жуков предложил и реализовал план ложной атаки: «Значит, сила артудара, сила атаки не должны вызвать какое-либо подозрение у противника, и если

окажется, что противник будет захвачен врасплох, дрогнет и не выдержит этого удара, мы используем этот успех, немедленно перейдем в атаку всеми силами и будем осуществлять свой генеральный план, т. е. будем вести генеральную атаку. Допустим, что противник пошел все же на обман и очистил бы территорию на 3–5 км, дал возможность нашему первому эшелону атаки приблизиться к истинному переднему краю, а там бы его остановил и атака бы захлебнулась. В этом случае максимум через 1-1,5 часа после передачи соответствующих команд и распоряжений мы могли перейти к плану осуществления артподготовки генеральной атаки. Артсредства с основных позиции, не делая никаких перемещений, потому что артиллерия настолько близко была поставлена к переднему краю (дивизионная артиллерия располагалась в 700-1000 метров от переднего края), могли выполнить задачи артподготовки [9].

Заключение

Основоположник моделирования боевых и военных действий М. П. Осипов полагал, что свидетельством «правильности» моделей является соответствие результатов моделирования принципам военного искусства [5].

С использованием функции победы в боестолкновении авторами решена теоретико-игровая задача «наступление–оборона», позволяющая найти оптимальные решения сторон – распределение боевых единиц между ближайшей и последующей тактическими задачами (эшелонами), а также между пунктами (районами) обороны. Найденные решения соответствуют принципам и опыту ведения боевых действий.

Дальнейшим развитием работы может явиться решение задачи «наступление–оборона» на оперативном и стратегическом уровнях.

Литература

1. *Гермейер Ю. Б.* Введение в теорию исследования операций. – М.: Гл. ред. физ.-мат. лит. изд-ва «Наука», 1971. – 384 с.
2. *Buchanan J., Tullock G., Tollison R.* Toward a Theory of the Rent-Seeking Society. – Texas A & M Univ Pr, 1980. – 367 p.
3. *Шумов В. В.* Учет психологических факторов в моделях боя (конфликта) // Компьютерные исследования и моделирование. 2016. Т. 8. № 6. – С. 951-964.
4. *Шумов В. В.* Исследование функции победы в бою (сражении, операции) // Проблемы управления / Control Sciences. 2020. № 6. – С. 19–30.
5. *Осипов М. П.* Влияние численности сражающихся сторон на их потери // Военный сборник. 1915. № 6. – С. 59–74; № 7. – С. 25–36; № 8. – С. 31–40; № 9. – С. 25–37.
6. *Ионин Г.* Теория общевойскового боя требует переосмысления, развития и совершенствования // Военно-промышленный курьер. 2005. № 21 (88), 15–21 июня. – С. 4.
7. *Война и мир в терминах и определениях : военно-политический словарь / под общ. ред. Д. Рогозина.* – М.: ПоРог, 2004. – 334 с.
8. *Шумов В. В.* Теоретико-игровая модель обороны стационарных объектов // Системы управления и информационные технологии. 2019. № 2 (76). – С. 18–21.
9. *Речь Г. К. Жукова на военно-научной конференции, декабрь 1945 г. // Военная мысль. 1985. Специальный выпуск (февраль).* – С. 3, 17–33.