ТЕОРИЯ СЛОЖНОСТИ И СИНТЕЗ МЕТОДОВ МОДЕЛИРОВАНИЯ В ЗАДАХ УПРАВЛЕНИЯ СЛОЖНЫМИ СИСТЕМАМИ

Титов А.В.

Российский университет транспорта (МИИТ)
Россия, г. Москва, ул. Образцова, 9

a.v.titov@mail.ru

Аннотация. Рассматривается задача формирования общей базы математического моделирования задач управления сложными системами на основе использования принципов теории сложности и методологии основанной на применении положений теории сложности. Анализируются проблемы, которые возникают при математическом моделировании процессов принятия решений при решении задачи формального моделировании процессов управления объектами большой сложности.

Ключевые слова: сложность, теория, формальный язык, модель, структура оценки, определение, математическая структура, булева алгебра, псевдобулева алгебра

Введение.

Одной из центральных проблем теории управления является противоречие между усложнением систем и традиционными подходами к моделированию задач управления (принятия решений).

Наряду с качеством и эффективностью достижения целей управления сложность систем является важной характеристикой при разработке моделей управления, поскольку влияет на возможность описания поведения систем на формальных языках.

Основными обобщенными характеристиками систем управления можно считать:

- Основную цель (или систему целей) управления;
- качество или эффективность достижения целей управления;
- сложность и полноту описания в моделях управления;
- сложность технологии принятия управленческого решения.

В обобщенном виде сложность систем, на развитие которых направлены управленческие воздействия, является показателем характеризующим степень возможности дереминированного описания состояний системы и моделей принятия решений при управлении и прогнозировании развития таких систем.

Качеством управления в обобщенном случае можно считать [] показатель, характеризующий степень (меру) выполнения системой управления целей управления. При этом качество управления зависит от адекватности (качества) моделей и средств управления, степени адекватности средств описания задач управления системам управления (объектам на которые направлены управленческие воздействия). Таким образом, сложность объекта управления в немалой степени влияет на качество управления.

Повышение качества управления сложными системами и процессами не в последнюю очередь связано с одной стороны с синтезом имеющихся средств моделирования на единой теоретической основе, с другой стороны с расширением возможностей средств моделирования при описании сложных объектов управления. В частности разработке средств моделирования с использованием неклассической логики, что в настоящее время реализуется в моделях на основе использования теории нечетких множеств и нечеткой логики. Однако эти средства моделирования не имеют строгой математической базы.

Эффективность управления сложными системами во многом зависит от того, насколько правильно определены основные стратегические и вытекающие из них тактические цели, на достижение которых ориентировано управление и от умения формировать прогнозы развития ситуации в зависимости от принимаемых решений.

В основу такого прогнозирования может быть заложен ситуационный принцип, заключающийся в том, что в каждый момент времени рассматривается пространство возможных состояний *ситуации управления,* под которой в общем случае будем понимать состояние объекта управления и состояние среды, в которую «погружен» объект управления. При этом вероятность нахождения ситуации управления в том или ином состоянии может быть не только неизвестна, но и сам вопрос о существовании этой вероятности может быть не корректным в связи, например, с ее уникальностью. В то же время сценарий ее развития ситуации зависит от того, в каком именно состоянии она находится на момент, принятый за начальный. В частности, если ситуация описывается аналитически уравнениями с переменными коэффициентами (параметрами), то различные диапазоны изменения коэффициентов могут приводить к различным решениям.

1 Особенности формального описания состояния сложных объектов.

На приведенную выше цитату можно заметить, что ограниченность возможности при моделировании динамики поведения сложных систем не только линейных моделей, но и математических моделей вообще, в их классическом понимании, не только осознана большинством исследователей работающих в этой области, но и подвела их к необходимости поиска и разработки новых методов моделирования сложных систем. К таким методам можно отнести в первую очередь «мягкое моделирование» предложенное академиком В.И. Арнольдом, а также привлечение к задачам описания сложных объектов, методов теории экспертных оценок и теории нечетких множеств. То, что при описании сложных объектов действенными могут оказаться методы, основанные на обработке нечисловой информации, на привлечении качественных оценок, применении не классической логики, становится все более очевидно. Такое положение в моделировании сложных объектов связано, в частности, с тем, что такте объекты характеризуются следующими чертами [2]:

1. Не все цели выбора управленческих решений и управляющих воздействий могут быть выражены в виде количественных соотношений.
2. Принципиально не возможно либо неприемлемо сложно формализованное описание объекта управления. Последнее означает, что любая модель, записанная на формальном языке, является слишком грубым описанием объекта управления.
3. Значительная часть информации, необходимая для формирования модели объекта управления может быть представлена лишь в вербальной не формализуемой форме, т.е. существует в виде представлений, а не понятий и терминов. В этом случае информация об объектах управления в значительной степени носит экспертный характер.

Перечисленные особенности сложных объектов приводят к тому, что их описание содержит нечеткость и неопределенность.

По перечисленным причинам построение моделей сложных объектов на основе использования точных точечных числовых оценок (четких мер) либо невозможно, либо носит слишком грубый не пригодный для принятия управленческих решений характер.

2 Алгебро-логический подход как обобщение подходов к описанию сложных систем.

Для разработки общей базы формального моделирования управления и прогнозирования состояний сложных объектов рассмотрим основные этапы моделирования, выполнение которых необходимо при ситуационном подходе и особенности их формального описания для сложных объектов управления.

При принятии управленческого решения в ситуационной схеме управлении решаются следующие задачи [3]:

1. Исходя из анализа цели управления, выделяется множество признаков или параметров, которыми описывается ситуация управления.

2. По каждому из выделенных признаков определяется соответствующий ему показатель ситуации управления. При этом значения показателя, в зависимости от типа объекта управления могут принимать как численные, так и вербальные значения, т.е. выступать как нечеткие переменные. Например, при управлении инновационным потенциалом региона, таким параметром могут выступать научно-технические ресурсы региона, а показателем «достаточность научно-технических ресурсов региона для создания новшества» со значениями: α_1=«достаточные», α_2=«близкие к достаточным», α_3= «недостаточные» и т.д.

3. Определяется вид каждого показателя, характеризующего уровень развития региона (объективный или субъективный) и шкала, в которой оценивается значение выделенного показателя.

4. Если определена совокупность показателей ситуации управления $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \ldots \alpha_n$, и базовые шкалы $X_1, X_2, \ldots, X_n$, в которых оцениваются их значения, то прямое произведение этих шкал $X_1 \times X_2 \times \ldots \times X_n$ образует многомерное пространство ситуаций управления, каждая точка которого $(x_0, y_0, \ldots, z_0)$ характеризует конкретную или текущую ситуацию управления. При оценке сложной ситуации управления пространство ситуаций управления имеет иерархический характер.

5.Пространство ситуаций управления разбивается на классы, в общем случае являющиеся нечеткими. С каждым из этих классов связывается определенное управленческое решение.

6.Оцениваются значения всех параметров ситуации управления, набор которых $(x_0,y_0,...,z_0)$ определяет ее положение в пространстве ситуаций управления.

7.Находится в некотором, заранее определенном смысле, ближайший к точке $(x_0,y_0,...,z_0)$ эталонный класс. Соответствующее ему решение считается предпочтительным. Выполнение этого этапа требует задания на пространстве ситуаций управления метрики или мер близости, через которые и определяется «ближайший» эталонный класс.

8.Оцениваются результаты принятия решения и производится, если необходимо, корректировка всего процесса.

Анализ характера задач, которые необходимо решит при принятии управленческого решения показывает, что:

а) Этапы 1, 2, 3, 4, 6, 7 –в общем случае подразумевают привлечение экспертов.

б) Этапы 4, 5, 7. – допускают различные варианты моделирования, с привлечением различного формального аппарата.

Из приведенного можно сделать заключение что, формализация основных этапов технологии принятия решений требует развития теории принятия решений, включающей декомпозицию методов описания по типам объектов управления и этапам технологии принятия решения. Автоматизация любой области деятельности, в том числе и принятия управленческих решений, требует разработки развитой теории процесса управления. Основные положения теории записываются на специальном формальном языке-языке теории, что и обеспечивает в дальнейшем возможность автоматизации. Другими словами для автоматизации какого-либо вида деятельности теория этого вида деятельности должна развиваться как дедуктивная наука.

Превращение научного направления в дедуктивную науку по Глушкову включает следующие этапы:

- создание формального языка для описания понятий и процессов, изучаемых данным научным направлением;
- создание теории записанной на выбранном языке, интерпретацией которой являются изучаемые структуры;
- развитие теории для дальнейшего изучения свойств исследуемых структур.

Среди языков, которыми описываются ситуации управления для объектов управления различной природы, выделяют следующие [4]:

- Естественный язык.
- Язык предикатов.
- Язык теории множеств
- Язык универсальной алгебры, в частности булевой алгебры.
- Язык теории вероятностей.
- Язык нечетких множеств,
- Язык теории графов.
- Язык функционального анализа.
- Язык теории моделей
- Язык теории структур.
- Категорный язык.

Приведенный перечень языков, на которых может проводиться классификация тех или иных объектов конечно не полон и может быть существенно пополнен. Однако более важной задачей является обнаружение связи как между этими языками, для приведения их в систему, которая в конечном итоге и стала бы системой языков теории управления, а так же нахождения связи языка с типом объекта управления. Определенные усилия в этом направлении были предприняты профессором А.И.Субетто при оценке границ применимости различных типов специальных квалиметрий. Краткая характеристика ситуаций управления и наиболее соответствующих им методов формализованного описания приведена в работе [5].

В практике математического моделирования доминируют модели, основанные ни использовании классической двухзначной логики. При этом. как известно, рассматривается четыре типа суждений: «все А есть В», «ни одно А не есть В», «некоторые А суть В», «некоторые А не суть В». Эта логика оперирует с понятиями. Общее понятие определяется через свойства, которыми обладает предмет, подпадающий под данное понятие. В математической логике свойства предметов есть одноместные предикаты и, следовательно, с точки зрения классической математической логики «понятие» есть одноместный предикат. «Имея предикат F, можно образовать класс:

$$M=\{x \mid F(x)\} \qquad (1)$$

всех предметов обладающих свойством F. Этот класс и характеризует объем понятия» [6].

Таким образом, в традиционной логике понятия и предметы разделены, понятие заменяет предметы.

Из приведенной формулы следует, что к понятиям можно подходить как с точки зрения содержания, представляя их одноместными предикатами, так и с точки зрения объема, фиксируя класс предметов, подходящих под данное понятие.

В традиционной математической логике считается, что есть некоторый фиксированный класс предметов, который служит областью, которую «пробегают» переменные в формуле (1). Но в этом случае M есть множество. Следовательно, устанавливается соответствие между классом предикатов (понятий) и семейством множеств. $h: \{F\}\to \{M\}$.

Таким образом, понятие в классической логике может быть представлено в предикативной или в теоретико-множественной форме через его объем.

И каждый из приведенных выше типов суждений может быть выражен как в предикативной, так и *в эквивалентной ей* теоретико - множественной форме.

Например. «Все S естьP» или $A(S,P)\equiv \forall x(F(x)\to G(x)\}\equiv S\subseteq P$.

Пусть S есть объем понятия F, т.е $S=\{x \mid F(x)\}$, аналогично P пусть есть объем понятия G, т.е. $P==\{ G \mid G (x)\}$.

Поскольку $F(x)\Leftrightarrow x\in S$, то из суждения «Все S естьP» следует, что если $x\in S$, то $x\in P$ и, следовательно, $S\subseteq P$ объем S понятия, выраженного предикатом F. Таким образом, объем S понятия, выраженного предикатом F является подмножеством объема P понятия, выраженного предикатом G, что означает, что для всякого объекта $x \in S$ выполняется как F, так и G, т.е.$\forall x(F(x)\to G(x)\}$.

Следовательно, мы здесь имеем три эквивалентные формы записи суждений классической логики. Вопрос в нахождении формы общей для обеих приведенных форм.

Аналогично силлогизмы логики Аристотеля могут быть выражены как в логической, так и в эквивалентной ей теоретико- множественной форме.

Т.е. формулы языка предикатов, имеют эквивалентную теоретико-множественную форму. Например, фигура силлогизма:

$A(M,P)$, $\underline{A(S,M),}$ $A(S,P)$

может быть записана в логической форме как: $\forall x((F(x)\to G(x))\wedge(E(x)\to F(x)))\to\forall x(E(x)\to G(x))$.

Эквивалентная теоретико – множественная форма имеет вид:

$((M\subseteq P) \wedge (S\subseteq M)) \to(S\subseteq P)$.

В то же время, обобщением этих форм описания может служить запись на языке импликативных решеток:

$(S\Rightarrow M))\bigcap(S\Rightarrow M)\leq S\Rightarrow P$.

Использование языка предикатов для описания ситуации управления основано на оценке суждений вида «объект A обладает свойством B». При этом значение оценки не исчерпывается парой 0,1, если нас интересует не просто наличие свойства, но и его интенсивность. Например, A может обладать свойством B с некоторой интенсивностью и тогда истинность приведенного суждения, будет оцениваться в промежутке [0,1]. В частности, это может приводить к тому, что возможны истинные суждения вида «A обладает и не обладает свойством B». Иными словами, при моделировании состояний сложных объектов мы можем сталкиваться с ситуациями, в которых нарушаются законы классической формальной логики с законами исключенного третьего и противоречия. Следовательно, моделирование объектов сложной природы требует привлечения формальных методов моделирования основанных на разных типах логики. Адекватность выбранного метода формального моделирования во многом определяется пониманием взаимосвязи между формальными системами с различным типом логики.

В то же время, как показано выше запись силлогизма, возможна на языке теории структур, в частности, в приведенном выше примере в качестве такой структуры выбрана импликативная решетка. Сразу можно заметить, что для импликативной решетки (структуры) общего вида не выполняются законы классической двузначной логики.

Отсюда можно предположить, что при определенных условиях тип логического исчисления связан со структурой, на которой принимает значение оценка формул этого исчисления [7].

3 Развитие формальных систем (на основе исследования семантики).

В развитии неклассических формальных логических систем доминируют подходы на основе принятия различных вариантов системы общезначимых формул или на основе принятия новой аксиоматики, которые можно рассматривать как процесс, состоящий в «снятии такими конечными определениями самих себя и переход их в свою противоположность» [8]. К недостаткам этих подходов можно отнести то, что:

Во- первых неизбежно возникает вопрос о некоторой базовой, очевидной для всех системе законов логики, так называемой «минимальной логике» [9] или «протологике» [10]. Однако с учетом диалектического положения о том, что всякая конечная форма несет в себе свое отрицание, можно предположить, что такой минимальной системы, заданной как система аксиом не может быть в принципе.

Во – вторых разрабатываемые системы аксиом, при отсутствии некой начальной системы или «минимальной логики» предстают как рядоположенные, не прослеживается генетическая связь между различными системами.

В то же время ход развития современной логики, как символической логики позволяет предложить подход к разработке классификации формальных логических исчислений не на синтаксической, а на семантической основе. Этому способствует:

- во - первых то, что в символической логике логические исчисления представлены в виде алгебраических структур;
- во - вторых, то, что как отмечено в [9] алгебра формул изначально свободна от каких – либо законов и является универсальной алгеброй либо обобщенной универсальной алгеброй общего вида;
- в – третьих, то обстоятельство, что в основе преобразования универсальной алгебры формул в логическое исчисление, описываемое системой законов этого исчисления лежат правила преобразований значений истинности формул, принятые в данном исчислении, т.е. правила по которым определяются значения оценки этих формул.
- В то же время следует признать и то, что при таком подходе понятие истины не исследуется само по себе, а рассматривается как мера на некоторой математической структуре.

Поэтому в предлагаемом варианте семантического подхода к классификации формальных логических исчислений как результате взаимодействия различных моментов логического, это взаимодействие рассматривается как внутренняя связь алгебраических структур, на которых принимают значения оценки «суждений», различных типов меры на этих структурах и связанных сними отношений эквивалентности.

Диалектическая сторона влияния структуры значений оценки на характер истинности и, как следствие, на тип логического исчисления заключается в отображении учения об отношении таких форм бытия как качество, количество и мера на характер изменения значений истинности при эволюции структур значений оценки. Это находит свою иллюстрацию на примере теоремы Лося о взаимоотношении утверждений нестандартного и классического анализа.

Начать же следует с анализа семантической стороны развития классического исчисления высказываний как булевой алгебры.

4 Переход форм меры истинности на значениях оценки. Виды исчислений и правила вывода.

Выше приводилось утверждение Гегеля о том, что «Диалектический момент есть снятие такими конечными определениями самих себя и их переход в свою противоположность.» [7]. Эти конечные определения есть наличное бытие, про которое в спекулятивной философии Гегеля говорится, что «Наличное бытие есть *определенное* бытие; его определенность есть *сущая* определенность, *качество*. Своим качеством нечто противостоит *иному*, оно *изменчиво и конечно*, определено всецело отрицательно не только в отношении иного, но и в самом себе. Это отрицание, прежде всего по отношению к конечному нечто есть *бесконечное* абстрактная противоположность, в которой выступают эти определения, разрешается в лишенную противоположности бесконечность, в *для-себя- бытие*.» [11].

Наличное бытие как качество конечно и изменчиво, однако отрицание, которое как определяет качество, так и обеспечивает его изменчивость, есть в то же время отрицание и его конечности, т.е. есть бесконечное. Это отрицание как по отношению к нечто, так и по отношению к иному есть для-себя-бытие. Таким образом, качество как положительное как сущее есть реальность, качество же «обремененное» отрицанием, «есть отрицание вообще» и определяется как граница или предел. Но как предел в философии Гегеля определяется и становление.

И если конкретное значение оценки – истинность формулы алгебры логики мы определим как качество, как ее определенность, то количественное значение оценки должно выступать как внешняя этому бытию определенность или как снятая определенность. И только в мере, которую Гегель определяет как качественное количество, они находят свое единство. В частности для суждение «А есть В», считается истинным лишь если все а из А есть В. И неважно для скольких а из А это не выполняется, если найдется хотя бы одно, то данное утверждение ложно в традиционной логике. Т.е. в этом случае на множестве всех объектов вводится мера имеющая два значения: 0 и1, причем $\forall C \subset A$ имеем $|\tilde{N}| = 0$, и лишь $|A| = 1$. Если же $C \subset D$ и при этом $D \neq A$, то также $|D| = 0$, хотя D и содержит «больше» чем С элементов со свойством В, но это можно трактовать как то, что при переходе от С к D истинность меняется на бесконечно малую величину.

И так, непосредственное представление об истинности приводит к тому, что перенос этого отношения на случай, когда в качестве значений оценки рассматривается система подмножеств Р(X), некоторого множества X, принимается возможным существование только двух мер истинности 0 и 1, причем только X имеет меру 1. *Отрицание, которое насеет в себе такое определение истинности и соответствующее логическое исчисление, заключается в самом способе задания меры истинности, которое носит слишком специальный характер.* Кроме того, если X бесконечное множество, то разность X/N, где N, любое коночное множество при этом задании меры имеет меру ноль. Выход за пределы такого задания меры носит естественный характер. Одним из способов задания меры истинности, при котором исключается описанный случай, но при этом сохраняется как структура значений меры истинности, т.е.она по прежнему имеет лишь два значения 0 и1, так и система законов классического исчисления, является способ задания меры на системе подмножеств принятый в нестандартном анализе. При этом мерой 1 обладают лишь те подмножества, которые принадлежат некоторому нетривиальному ультрафильтру. Тогда все дополнения к элементам ультрафильтра, в семейство которых входят все конечные множества имеют меру 0.

Следующий шаг в отрицании такого определения меры может заключаться в необходимости признания ее многозначности, как это происходит, например, в случае вероятностной меры, что дает вероятностный вариант логического исчисления. Наконец, отрицанию может подвергнуться сам факт того, что любое подмножество может обладать мерой истинности, но только подмножества, принадлежащие некоторой структуре, например топологии.

4.1 Оценка на булевой алгебре.

Определим оценку со значением как *гомоморфизм* $\upsilon : V_0 \to A$ где А некоторая не обязательно двухэлементная булева алгебра,, в частности $\upsilon : V_0 \to P(I)$, где I некоторое множество.

Пусть φ - формула языка структуры ***K,*** и φ_k оценка этой формулы в решетке $B = \{0,1\}$. $\|\varphi_k\|$ оценка этой формулы в $P(K^V)$, т.е оценкой будем называть функцию вида $\| \ \| : Fm \to P(K^V)$, где V множество переменных языка L, а $P(K^V)$ решетка, элементами которой служат подмножества K^V Булева решетка $P(K^V)$ есть расширение решетки **B,** в котором $P(K^V) = 1$, Ø=0. Однако в структуре $P(K^V)$ значением оценки служит любое подмножество $J \subseteq P(K^V)$. По аналогии с [11] введем предикат $Tr_j(\varphi_k) \equiv (\|\varphi_k\| \in j)$, где j – некоторое подсемейство $P(K^V)$. Рассмотрим, как выбор семейства j может повлиять на связь между оценками φ_k и $Tr_j(\varphi_k)$, различие которых служит основанием для разделения типов логических исчислений.

В нестанданртном анализе рассматривается множество - степень K^I, а оценка принимает значения на *P*(I), выбор в качестве j ультрафильтра в *P*(I) позволяет заменить $Tr_j(\varphi_k)$ «обычной» истинностью суждения φ_k о структуре K^I. Поскольку для ультрапроизведений $K^I/_j \equiv K^I/_{\sim j}$, имеем $\varphi_k/_j([f_1],[f_2],,,[f_n]) \Leftrightarrow ([\varphi_k(f_1, f_2,..., f_n] \in j)$ где $[f_i] \in K^I/_j$. Как будет показано ниже это фактор – множество содержит два элемента. Это обеспечивает эквивалентность обеих семантик. Ситуация в нестандартном анализе отличается от рассматриваемой далее выбором множества на котором принимает значение оценка, однако имеет ту же диалектическую природу; а именно, истинность как мера на множестве индексов, не являющихся элементом ультрафильтра является бесконечно малой величиной и, следовательно, результатов оценки формулы на этой совокупности индексов не достаточно для изменения её в сторону понижения, если на оставшихся индексах она равна 1, и повышения, если она на них равна нулю.

Нас, как было указано, интересует случай, когда оценка есть функция $Fm \to P(K^V)$. Поскольку K^V есть семейство функций $f : V \to K$ из множества в множество, т.е. само является множеством, то будем рассматривать его как множество, проиндексированное некоторым семейством **I**. В дальнейшем $K^V = I$.

Если рассматривается оценка со значениями в $P(I)$, т.е. оценка $\|\varphi_k\| : \varphi \to P(I)$, то при условии, что j ультрафильтр над $P(I)$ получим оценку в ультрапроизведении $P(I)/_{\sim j}$. В [7] доказано, что если фильтр j в псевдобулевой алгебре А максимален, то фактор - алгебра $A/_{\sim j}$, содержит два элемента, т.о. отношение эквивалентности $\sim_j$ приводит к оценке на булевой алгебре $P(I)/_{\sim j} = B = \{0,1\}$.

Пусть $\|\varphi_k\|$ оценка формулы φ_k в $P(I)$. Введем отношение $\sim_j$ между оценками, такое, что $\|\varphi_k\| \sim_j \|\varphi_k^1\| \Leftrightarrow (\|\varphi_k\| \Rightarrow \|\varphi_k^1\| \in j \wedge \|\varphi_k\| \Rightarrow \|\varphi_k^1\| \in j)$, где j фильтр решетки $P(I)$.

В [7] доказано, что $\sim_j$ отношение эквивалентности и для любой для любой оценки $\|\varphi_k\|$, такой, что $\|\varphi_k\| \in j$ справедливо $\|\varphi_k\| \sim_j I = 1$.

Таким образом, как и в случае нестандартного анализа, выбор в качестве j максимального фильтра позволяет заменить $Tr_j(\varphi_k) \equiv (\|\varphi_k\| \in j)$ «обычной» истинностью суждения φ_k о структуре *K*. В то же время этого нельзя сделать при $Tr_j(\varphi_k) \equiv (\|\varphi_k\| = 1)$, т.е. в случае если в качестве j выбран единичный фильтр. С математической точки зрения это объясняется тем, что при выбранном отношении эквивалентности только оценка равная **I** дает значение истинности равное 1. Кроме того, для любых оценок таких, что $\|\varphi_k\| \subset \|\varphi_k^1\|$ будет иметь место $\|\varphi_k\| < \|\varphi_k^1\|$. С точки зрения приведенных выше рассуждений это означает, что при таком выборе фильтра каждый элемент множества **I** обладает конечной мерой и множество значений оценок эквивалентно мощности $P(I)$.

Рассмотрим это подробнее. В работе [12] рассматривается взаимоотношения семантик:

1) $Tr_j(\varphi_k) \equiv (\|\varphi_k\| = 1)$ и φ_k, показано, что для оценки на булевой алгебре $P(I)$ $Tr_j(\varphi_k) \to \varphi_k$ для хорновых формул и $\varphi_k \to Tr_j(\varphi_k), (\varphi_k) \equiv (\|\varphi_k\| = 1)$ для позитивных. Т.е. в общем случае оценки при этих видах истинности в общем случае не совпадают.

2) В то же время для семантик $Tr_j(\varphi_k) \equiv (\|\varphi_k\| \in F)$, где F – ультрафильтр $Tr_j(\varphi_k) \leftrightarrow \varphi_k$ ϕ_k для всех формул. Оба утверждения доказываются индукцией по длине формул.

Рассмотрим оба взаимоотношения с точки зрения оценки как отображения на $P(I)/\sim_j$. Для этого, как и выше, на множестве оценок $P(I)$ введем отношение эквивалентности $\sim_j$.

1) $Tr_j(\varphi_k) \equiv (\|\varphi_k\| \in F)$, где F – ультрафильтр. В этом случае $P(I)/\sim_j = P(I)/_{\sim F} = B$. Действительно, поскольку F ультрафильтр, то для любого $a \in P(I)$ $a \in F \vee \neg a \in F$. Следовательно, $\forall a \in P(I)$ либо $|a| = 1 \wedge |\neg a| = 0$, либо $|a| = 0 \wedge |\neg a| = 1$, где $|a| \in P(I)/_{\sim F}$. Таким образом, в этом случае структуры значений оценок для $Tr_j(\varphi_k)$ и φ_k изоморфны. Это значит, что для каждого вида оценки, они сводятся к гомоморфизмам $\varphi : Fm \to B$ для оценки $Tr_j(\varphi_k)$ и $\psi : Fm \to B$ для оценки (φ_k), причем эти гомоморфизмы совпадают на системе образующих алгебры Fm, а значит и на всей алгебре Fm.

2) $Tr_j(\varphi_k) \equiv (\|\varphi_k\| = 1)$. В этом случае $P(I)/\sim_j = P(I)/_{\sim 1} = P(I)$. Действительно, поскольку F ультрафильтр, то для любых $a \in P(I), b \in P(I)$ $a \sim_1 b$ тогда и только тогда, когда $a \to b = 1 \wedge b \to a = 1$, т.е тогда и только тогда, когда $a = b$. Это означает, что $P(I)/_{\sim F} = P(I)$. Таким образом, в этом случае структуры значений оценок для $Tr_j(\varphi_k)$ и φ_k не изоморфны если P(I) содержит более двух элементов.

4.2 Оценка на псевдобулевой алгебре

Рассмотрим случай, когда j фильтр над импликативной решеткой (псевдобулевой алгеброй) $\Im$(I)$\subseteq$P(I), элементы которого являются значением оценки некоторого суждения φ_k о структуре K.

Пусть $\|\varphi_k\|$ оценка формулы φ_k в $\Im$(KV). Введем отношение ~ между оценками, причем $\|\varphi_k\| \sim_j \|\varphi_k^1\| \Leftrightarrow (\|\varphi_k\| \in j \wedge \|\varphi_k^1\| \in j)$.

Отношение ~ есть отношение эквивалентности на множестве оценок, кроме того, отношение эквивалентности ~j такое, что $\|\varphi_k\| \sim_j \|\varphi_k^1\| \Leftrightarrow (\|\varphi_k\| \Rightarrow \|\varphi_k^1\| \wedge \|\varphi_k^1\| \Rightarrow \|\varphi_k\|)\,\|$ [7], является расширением отношения эквивалентности ~.

Тогда фактор множество $\Im$(I)┃~j есть упорядоченное множество оценок, такое что если $\|\varphi_k^1\| \in 1$ то $[\|\varphi_k^1\|] = 1_{P(K\,V)/\sim j}$. В случае, когда j, как выше, - максимальный фильтр $\Im$(I)┃~j ={0,1} логика индуцированная оценкой есть классическая логика. При выборе в качестве j единичного фильтра, логика, индуцированная оценкой, будет интуиционистской.

Пусть структура $\Im(I)\subseteq P(I)$ есть решетка A с нулем и единицей вида <A, $\cap,\cup$, $\rightarrow,\div,\neg$, $\ulcorner$, 0,1>, где $\div$ относительная разность, $\ulcorner a=1\div a$, $\neg a= a\rightarrow 0$, т.е. решетка, в которой два вида дополнения. Было показано, что оценке со значениями на структуре A соответствует Н-В логика, в которой закон противоречия не выполняется для отрицания $\ulcorner$, т.е. оценка $\|a \wedge \neg a\| \geq 0$. Следовательно, логика индуцированная оценкой при j=1 окажется логикой, в которой не выполняется закон противоречия.

4.3 Modus ponens и оценка на псевдобулевой алгебре.

Структура, на которой принимает значение оценка формул формального языка и выбранное отношение эквивалентности определяют не только тип логики, но и правила вывода, соответствующие типу логики. Например, приведенное в [11] требование выполнимости правила modus ponens, которое на языке оценок выглядит как: $\|\varphi_k\| \in 1$, $\|\varphi_k \Rightarrow \varphi_k^1\| = 1$ влечет $\|\varphi_k^1\| = 1$(1) есть частный случай правила $\|\varphi_k\| \in j$,$\|\varphi_k \Rightarrow \varphi_k^1\| \in j$ влечет $\|\varphi_k^1\| \in j$, (2) где j – фильтр на алгебре оценок. В modus ponens j=1. Но (2) свойство импликативной решетки. Таким образом, modus ponens в форме (2) является правилом вывода для всех логик со значениями на импликативных решетках (псевдобулевых алгебрах).

Заключение

В настоящее время моделирование процессов управления сложными объектами и прогнозирование их развития сталкивается с трудностями связанными с тем, что признанные классическими методы формального моделирования не всегда эффективны при описании динамики развития таких объектов. Методы формального моделирования таких объектов и процессов не систематизированы, их применение не базируется на единой методологии, что снижает эффективность их применения. Поиск новых подходов требует, прежде всего, тщательного анализа причин возникающих при моделировании состояний таких объектов. Не достаточно констатации факта низкой эффективности того или иного метода формального моделирования. Практика моделирования состояний сложных объектов в настоящее время часто нацелено на применение качественных, а не количественных оценок. Технически это осуществляется методами теории нечетких множеств, использующей лингвистические переменные, значения которых носят качественных характер. Однако эта техника не имеет достаточно надежной базы. Разработка такой базы могла бы осуществляться на основе средств современной математики и обобщения имеющейся на сегодняшний день теории меры. Методологической базой для определения связей между методами формального моделирования, основанными на применении разных типов логических исчислений может служить диалектический подход. Применительно к методам формального моделирования это означает, что тип используемого логического исчисления определяется введенной на множестве оценок мерой истинности, а переход от одного типа меры истинности к другому рассматривается как результат противоречия и снятия соответствующей меры.

Литература

1. *В.В.Тумаркин. В.И.Солодовников*. Теория сложности и проектирование систем управления.- М.: "Наука", Гл ред. физ-мат лиературы, 1990, - 161 с.

2.*В.В.солодовников, В.Ф.Бирюков, В.И.Тумаркин.* "Принцип сложности в теории управления". -М.: "Наука", 1977, -172 с.

3. *А.В.Титов*. Системный подход к математическому обеспечению задач моделирования в управлении сложными системами и процессами [Текст] // Управление развитием крупномасштабных систем (MLSD'2019) [Электронный ресурс]: труды Двенадцатой междунар. конфер, 1–3 окт. 2019 г., Москва / под общ. ред. С.Н. Васильева, А.Д. Цвиркуна; Ин-т проблем упр. им. В.А. Трапезникова Рос. акад. наук. – Электрон. текстовые дан. (1 файл: 54,2 Мб). – М.: ИПУ РАН, 2019. сс.129-135. – 1 электрон. опт. диск (CD-R). – Систем. требования: Pentium 4; 1,3 ГГц и выше; Internet Explorer; Acrobat Reader 4.0 или выше. – Загл. с экрана. – ISBN 978-5-91450-240-6. – Номер госрегистрации: 0321903935

4. *А.И.Субетто*. Метаклассификация как наука о механизмах и закономерностях классифицирования . - С-Петербург - Москва.: ИЦ, 1994.- 254

5. *А.И.Субетто, А.В.Титов.* Ситуационный подход к применению методов специальных квалиметрий в системах мониторинга качества образования на различных уровнях. Труды восьмого симпозиума “Квалиметрия человека и образования".-М.: ИЦ, 1999.
6. *А.Н.Колмогоров, А.Г.Драгалин.* Математическая логика.- М.: «УРСС», 2004, - 238 с.
7. *Е.Рассева, Р.Сикорский.* Математика метаматематики. -М.: «Наука», 1972,- 591 с.
8. *Г.В.Ф. Гегель*. Энциклопедия философских наук.-М.: «Мысль», 1974, т.1.-451 с.
9. *В.Е Плиско.* Исчисление Колмогорова как фрагмент минимального исчисления// Успехи математических наук. 1988. Вып.43, №1. сс.80-91
10. *А.С.Карпенко*. На пути к протологике.//Логические исследования. -М-СПб, 2011. вып.17. сс.152-167
11. *Г.В.Ф. Гегель*. Наука логики.- СПб.:, «Наука», 1997.- 799 с.
12. *В.А.Любецкий.* Некоторые применения теории топосов к изучению алгебраических систем.// П.Т.Джонсон. Теория топосов. М. «Наука», 1986. - сс.376-433