СЕКЦИЯ 16: УПРАВЛЕНИЕ РАЗВИТИЕМ СОЦИАЛЬНЫХ СИСТЕМ

ИДЕНТИФИКАЦИЯ ПРЕДПОЧТЕНИЙ ГРУППЫ АГЕНТОВ В ЗАДАЧАХ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОГО ВЫБОРА

Алексеев А.О.

Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
Россия, г. Пермь, Комсомольский пр., д.29

alekseev@cems.pstu.ru

Аннотация: Рассматривается постановка задачи идентификации предпочтений группы агентов. Каждый агент может высказывать сообщения о структуре дерева критериев и элементах матриц свертки при фиксированном наборе критериев. Требуется идентифицировать истинные мнения агентов о значимости отдельных критериев, которые необходимо учитывать в задаче выбора.

Ключевые слова: многокритериальный выбор, комплексное оценивание, активная экспертиза, идентификация предпочтений.

Введение

Рассматривается задача идентификации истинных мнений агентов о значимости для них отдельных критериев, которые необходимо учитывать при решении задачи выбора. Пусть для агрегирования критериев используются механизмы комплексного оценивания (МКО)[1], сводящие наборы оценок терминальных критериев в обобщенный показатель, позволяющий упорядочить все альтернативы для поиска наилучших. Группе агентов требуется согласовать единый МКО, представляющий собой кортеж, состоящий из описательных шкал критериев, дерева критериев, набора матриц свертки и процедуры свертки.

Известен матричный анонимный обобщенный медианный механизм (МАОММ), позволяющий согласовывать агентам отдельно матрицы свертки, расположенные в узлах фиксированного дерева критериев при использовании единых шкал [2, 3]. В аналогичной постановке при фиксированном дереве критериев реализована процедура согласования матрицы свертки для не анонимного случая (МНОММ)[4], позволяющая учесть ранги агентов.

В настоящей работе рассматривается новая постановка задачи – при фиксированном наборе терминальных критериев агенты могут высказывать сообщения не только об элементах матрицы, но и сообщать свою структуру дерева критериев. Требуется согласовать мнения агентов так, чтобы построить единый МКО для этой группы агентов. При этом процедура согласования должна идентифицировать истинные (или близкие к истинным) мнения агентов о значимости отдельных критериев, которые необходимо учитывать в задаче многокритериального выбора.

В докладе показаны случаи, когда агенту при структуре дерева критериев, характерной другому агенту, не хватает градаций изначально выбранной шкалы, что приводит к тому, что размерность матриц свертки на верхних уровнях дерева отличаются. Показан альтернативный подход, основанный на согласовании комплексных оценок, полученных по индивидуальным МКО агентов, и идентификации общего группе агентов МКО на основе полученного множества оценок.

1 Постановка задачи

1.1 Механизм комплексного оценивания

Выше определено, что МКО это кортеж (1), состоящий из описательных шкал критериев $\{X_i\}$, дерева критериев G, набора матриц свертки M и процедуры комплексного оценивания P:

$$<\{Xi\}, G, M, P> , \quad (1)$$

где $\{X_i\}$ – множества значений частных критериев (при решении прикладных задач, как правило, используется единое множество для всех критериев $X_i=\{1,\dots, k\}$, k – максимальная градация шкалы), $i=1, \dots, 2m–1$, m – число терминальных критериев, которые учитываются в МКО, G – граф (два-дерево), описывающий последовательность свертки частных критериев, M – множество матриц свертки, описывающих правила агрегирования пар терминальных и агрегированных критериев $M=\{\mathbf{M}_{\mathrm{I}}, \dots, \mathbf{M}_{m-1} \}$.

Покажем для наглядности простой пример МКО. Пусть в задаче выбора необходимо учесть три терминальных критерия (m=3), каждый из которых оценивается с помощью 3-балльной (k=3) порядковой шкалы:

$Xi=\{1, 2, 3\}, i=1, 2, 3.$

Пусть агрегированные критерии, включая комплексный показатель, имеют туже шкалу:

$Xi=\{1, 2, 3\}, i=4, 5.$

Пусть граф G имеет ребра, соединяющие вершины, соответствующие терминальным критериям X_1 и X_2, с вершиной, соответствующей матрице $\mathbf{M}_{\mathrm{I}}$; вершину, соответствующую терминальному критерию X_3, с вершиной, соответствующей матрице $\mathbf{M}_{\mathrm{II}}$, а также вершины, соответствующие матрицам $\mathbf{M}_{\mathrm{I}}$ и $\mathbf{M}_{\mathrm{II}}$:

$$G=\{\{X1; MI\}; \{X2; MI\}; \{X3; MII\}; \{MI; MII\}\} \qquad (2)$$

Данный граф (2) можно визуально представить следующим образом (рис. 1):

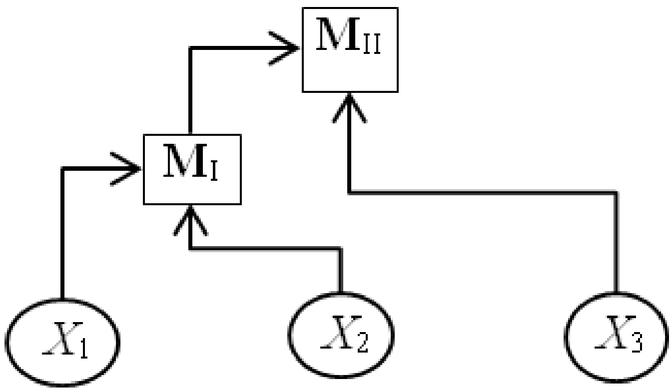

Рис. 1. Граф G

Пусть матрицы свертки имеют следующие элементы:

$$\mathbf{M}_{\mathrm{I}}=\{m_{11}=1; m_{12}=1; m_{13}=2; m_{21}=2; m_{22}=2; m_{23}=3; m_{31}=3; m_{32}=3; m_{33}=3\}$$
$$\mathbf{M}_{\mathrm{II}}=\{m_{11}=1; m_{12}=1; m_{13}=2; m_{21}=1; m_{22}=2; m_{23}=3; m_{31}=2; m_{32}=2; m_{33}=3\}$$

Процедура комплексного оценивания P устанавливает отношения между пространством, образованным декартовым произведением шкал агрегируемых критериев $X_p \times X_l$ и множеством значений агрегированного критерия (комплексного показателя) $X_{p\&l}$:

$$P: Xp \times Xl \rightarrow Xp\&l,$$

где приняты следующие условные обозначения: индекс p – индекс критерия, расположенного справа относительно матрицы свертки, индекс l – слева соответственно (см. рис. 1), $p\&l$ – индекс агрегированного критерия.

В данной работе рассмотрим процедуру дискретного комплексного оценивания P, согласно которой результатом комплексного оценивания двух критериев является элемент матрицы свертки $m_{rc} \in \mathbf{M}_h$, где $r=X_r$ (r – номер строки матрицы), а $c=X_l$ (c – номер столбца матрицы), что можно выразить следующим образом:

$$Xp\&l = mrc,\ mrc \in Mh,\ r=Xp,\ c=Xl.$$

Обозначим результат комплексного оценивания пары критериев $X_{p\&l}=P(X_p,\mathbf{M}_h,X_l)$. Соответственно для приведенного графа (см. рис. 1) $X_{1\&2}=P(X_1,\mathbf{M}_{\mathrm{I}},X_2)$, $X_{1\&2} \in X_4$ и $X_{1\&2\&3}=P(X_{1\&2},\mathbf{M}_{\mathrm{II}},X_3)$, $X_{1\&2\&3\&} \in X_5$.

Такой МКО наглядно можно представить следующим образом (рис. 2):

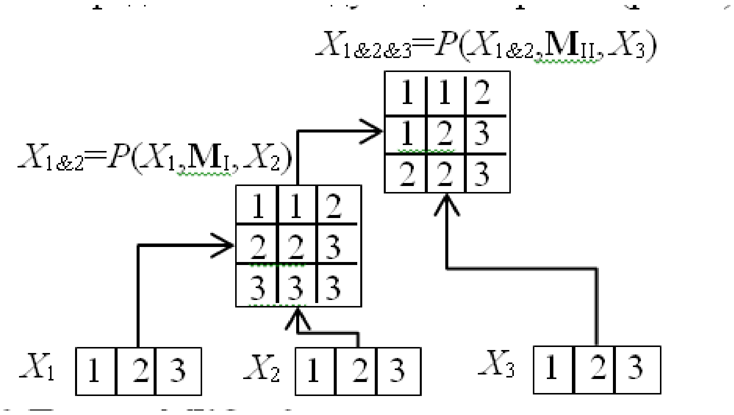

Рис. 2. Пример МКО с 3-я терминальных критериев

Результатом последовательного агрегирования пар критериев является значение комплексного показателя на множестве действительных значений, который далее будем обозначать *КО*, в рассмотренном примере $КО\equiv X_{123}$, $КО\in X_5\subset \boldsymbol{R}^1$.

$КО=P(P(X_1,M_{I},X_2),M_{II},X_3)$

Помимо дискретной процедуры комплексного оценивания известны непрерывные, нечеткие и Ф-нечеткие процедуры. Краткий обзор процедур *P* приведен в [5], развернутый в [6].

МКО могут строиться как путем структуризации представлений агентов о значимости отдельных критериев в виде дерева критериев (графа *G*) и элементов матриц свертки $m_{rc}\in\mathbf{M}\in\boldsymbol{M}$, так и путем идентификации [7–8] структуры графа *G* и множества $\boldsymbol{M}$ на основе прецедентов, образующих обучающие наборы.

1.1 Постановка задачи

В настоящей работе рассматривается задача идентификации предпочтений группы агентов в следующей постановке: агенты, порядковый номер которых обозначим *a*, ($a=1, \dots, n$, n – количество агентов), при фиксированном наборе терминальных критериев, т.е. для $\forall a$, m=const, и для $\forall$ $i=1, \dots, 2m-1$ шкалы совпадают $X_i=\{1,\dots, k\}$, могут сообщать свою структуру дерева критериев G^a и набор матриц свертки M^{a}, которые в совокупности показывают приоритетность частных критериев:

$$<\{X_i\}, G^a, M^a, P>. \quad (3)$$

Далее будем считать, что агенты могут сообщать истинные и искаженные высказывания как о структуре дерева, так и об элементах матриц свертки, такие сообщения будем обозначать дополнительным индексом *t* (от англ. true) и *f* (от англ. false) соответственно.

Требуется найти такое дерево критериев G^z и набор матриц M^{z}, которые при заданной шкале $X_i=\{1,\dots, k\}$ и процедуре *P* образовали бы общее МКО для группы агентов:

$$<\{X_i\}, G^z, M^z, P>, \quad (4)$$

для которого выполнялось бы условие (5), т.е. для каждого агента и для каждого сочетания терминальных критериев *g* разница по модулю между $КО_q^{at}$, полученной по истинному МКО агента, и $КО_q^{zf}$, полученными по единой МКО (4) при искажении агентом информации о значимости критериев, была бы не больше разницы по модулю между $КО_q^{at}$ и $КО_q^{zt}$, полученной по единой МКО (4) при сообщении агентом истинной информации о значимости для него критериев.

$$| КО_g^{at}-КО_g^{zf} | \geq | КО_g^{at}-КО_g^{zt} |,\ \forall a,\ a=1, \dots, n,\ \forall g,\ g=1, \dots, k^m, \quad (5)$$

где *g* – порядковый номер сочетания терминальных критериев.

Выполнение условия (5) означает, что любому агенту не хуже высказывать истинные сообщения, т.е. высказывать истинные предпочтения. Именно поэтому данная задача сформулирована как задача идентификации предпочтений группы агентов. Применимость общего МКО (4) для решения задач многокритериального выбора определило название работы, хотя он может применяться для согласования мнений группы агентов

2 Методы

2.1 Возможные подходы к решению сформулированной задачи

Гипотетически возможны два способа решения сформулированной задачи.

В первом случае, зная МКО каждого агента (3) a =1, …, n, можно получить набор $\{KO_q^a\}$ для всех сочетаний g, g =1, …, k^m значений терминальных критериев. На основе полного набора $\{KO_q^a\}$ можно однозначно идентифицировать набор матриц свертки M^a для любой другой структуры дерева G^{-a} (в данном случае индекс $-a$ означает обстановку агента a, далее матрицу агента a для не его структуры дерева будем обозначать $M^a(G^{-a})$). Выбрав одно из возможных деревьев (см. рис. 1) как единое, и получив для узлов выбранного дерева матрицы всех агентов, можно было бы использовать известные МАОММ или МНОММ для согласования единых матриц.

Альтернативным подходом к согласованию единого МКО (4) для группы агентов a =1, …, n является следующий: каждый агент a сообщает свое дерево и матрицы, образующие (3), по которым определяются полные наборы $\{KO_q^a\}$. Для каждого сочетания критериев g согласуются комплексные оценки агентов и уже по согласованному набору $\{KO_q^z\}$ идентифицируется единая структура и набор матриц, которые в совокупности образуют МКО, полностью воспроизводящий согласованный набор KO^z. Данный подход будет удовлетворять условию (5), если для согласования набора $\{KO_g^z\}$ применять медианные схемы голосования.

В обоих подходах требуется идентифицировать МКО по набору примеров, поэтому далее опишем алгоритм идентификации параметров МКО при фиксированной структуре дерева, подробнее данный алгоритм приведен в [8]. Важным ограничением описанного ниже алгоритма является его привязка к последовательным структурам деревьев критериев. Для идентификации МКО при последовательных (или как их еще называют симметричных) структурах дерева критериев следует воспользоваться алгоритмом, описанным в [5, 6].

2.2 Алгоритм идентификации МКО

На первом шаге необходимо отсортировать обучающее множество таким образом, чтобы порядковый номер обучающего примера определялся согласно формуле

$$g=\sum_j \sum_i (X_{k(i-1)+j}-1)k^{k-j}+1, \quad j=\{1, \dots, m\},\ i=\{1, \dots, k\}; \qquad (6)$$

где $X_{k(i-1)+j}$ – это значение частного критерия, соответствующего разряду k^{k-j}.

Эту процедуру необходимо выполнить отдельно для каждой структуры дерева критериев. Для рассмотренного выше примера с тремя терминальными критериями (m=3) возможны три структуры графа G (рис. 3) без повторения перестановок сворачиваемых пар в силу того, что для любых критериев X_p и X_l и любой матрицы свертки $\mathbf{M}$ выполняется следующее условие:

$$P(X_p,M,X_l)=P(X_l,M^T,X_p) \qquad (7)$$

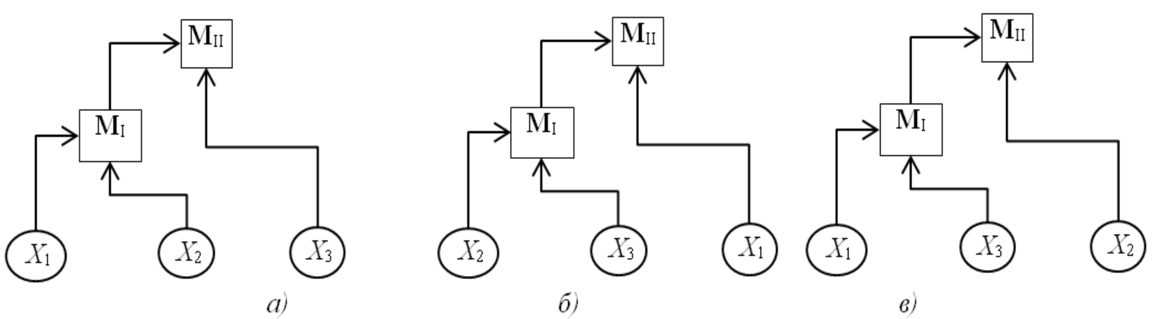

Рис. 3 Возможные деревья критериев МКО: а) – вариант 1: $KO=P(P(X_1,\mathbf{M}_I,X_2),\mathbf{M}_{II},X_3)$; б) – вариант 2: $KO=P(P(X_2,\mathbf{M}_I,X_3),\mathbf{M}_{II},X_1)$; в) – вариант 3: $KO=P(P(X_1,\mathbf{M}_I,X_3),\mathbf{M}_{II},X_2)$

На следующем шаге необходимо в отсортированном столбце со значениями $\{KO_q\}$ выделить векторы длиной k, в случае если все критерии имеют одинаковую шкалу, таких векторов будет k^{m-1}:

$K_1=\{KO_1, \dots, KO_k\}$, $K_2=\{KO_{k+1}, \dots, KO_{2k}\}$, …, $K_{k^{m-1}}=\{KO_{k^m-k+1}, \dots, KO_{k^m}\}$.

Затем в полученном наборе векторов следует выбрать уникальные вектора, содержащие неповторяющиеся комбинации комплексных оценок.

Далее, используя выражение (6), получим порядковый номер каждого уникального вектора, где вместо X_k^{j-1} будем использовать KO_k^{j-1}, и присвоим им значения в соответствии с порядковым номером в порядке возрастания g, обозначим результат как KO^{-1}.

На следующем шаге заменяем в полученной на первом шаге отсортированной таблице значения $\{KO_g\}$ на значения $\{KO_g^{-1}\}$ и удаляем столбец с разрядностью k^{k-j}, затем удаляем дубликаты по строкам. В случае с рассмотренным примером (m=3) мы сразу приходим табличной форме представления матрицы свертки оставшейся пары критериев.

3 Результаты

Исследуем применимость предложенных подходов на модельных примерах, где будем считать, что все агенты высказали разные структуры деревьев G. В первом примере найдем эквивалентные МКО при структурах деревьев, характерных другим агентам. Во втором примере найдем МКО по набору $\{KO_g^z\}$.

3.1 Приведение к единой структуре дерева и последующее согласование матриц

Пусть некоторый агент a высказал свои предпочтения о значимости терминальных критериев, которые учитываются в задаче многокритериального выбора, в виде приведенного ранее МКО (см. рис. 2). Получим набор КО при всех сочетаниях значений терминальных критериев (табл. 1).

В данном примере будем считать, что альтернативные структуры могли высказать другие агенты (–a), поэтому на основе набора обучающих примеров идентифицируем эквивалентные МКО с помощью описанного выше алгоритма при альтернативных структурах дерева критериев (см. рис. 3, *б* и *в*). В результате идентификации при структуре (см. рис. 3, *б*) агенту будет соответствовать следующий МКО (рис. 4):

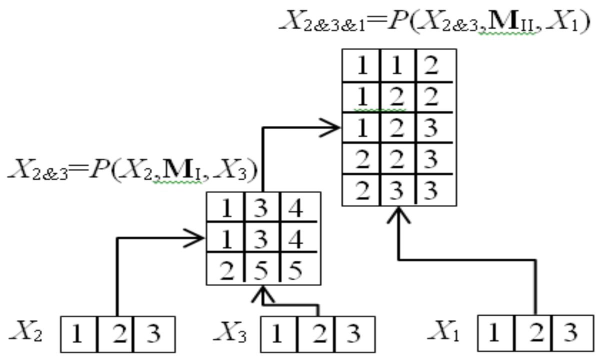

Рис. 4 Идентифицированный МКО $P(P(X_2,\mathbf{M}_I, X_3),\mathbf{M}_{II}, X_1)$

При структуре (см. рис. 3, *в*) агенту будет соответствовать следующий МКО (рис. 5):

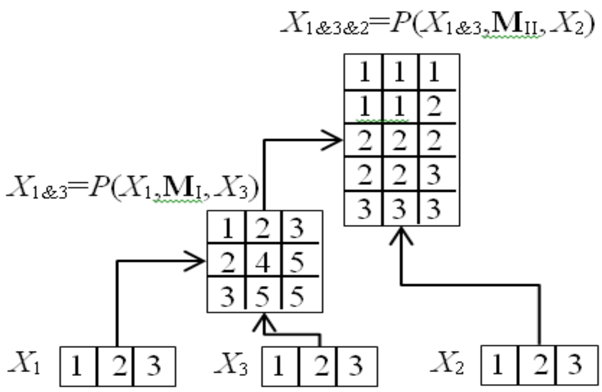

Рис. 5 Идентифицированный МКО $P(P(X_1,\mathbf{M}_I, X_3),\mathbf{M}_{II}, X_2)$

Несложно убедиться, что МКО, приведенные на рисунках выше (см. рис. 4 и 5) дадут тот же набор КО, содержащийся в таблице выше (см. табл. 1). Таким образом, удалось найти эквивалентные МКО исходному при отличающихся структурах дерева критериев. При этом из рисунков выше видно, что агенту a при любой альтернативной структуре дерева критериев из возможных в данном примере, характерной другим агентам (–a), не хватает градаций изначально выбранной шкалы X_4={1, 2, 3}. В идентифицированных МКО в обоих случаях $X_4(G^{-a})$ имеет пять градаций $X_4(G^{-a})$ ={1, 2, 3, 4, 5}, что приводит к тому, что размерность матриц свертки на верхнем уровне дерева являются 5×3.

В рассмотренном примере, ни МАОММ, ни МНОММ не применимы для согласования матриц $\mathbf{M}_\mathrm{I}^z$ и $\mathbf{M}_\mathrm{II}^z$, общих для всей группы агентов, поскольку в первом случае для разных агентов будут отличающиеся ограничения снизу и сверху на свои сообщения о значениях элементов матрицы, поэтому агент вынужденно будет искажать информации о приоритетах критериев, а во втором случае матрицы $\mathbf{M}_{\Pi}{}^{a}$ имеют разные размерности, т.е. не совпадают k_p и k_c.

Следствием из этого является то, что МАОММ и МНОММ применимы тогда и только тогда, когда все агенты имеют единое представление о структуре дерева критериев G.

Помимо этого при другой структуре дерева некоторые матрицы свертки могут быть убывающими, такой пример показан в работе [8], что традиционно считается недопустимым для МКО [10].

Таблица 1. Набор КО при всех сочетаниях терминальных критериев X_1, X_2 и X_3

№ п./п.	X1	X2	X3	КО
1	1	1	1	1
2	1	1	2	1
3	1	1	3	1
4	1	2	1	1
5	1	2	2	1
6	1	2	3	2
7	1	3	1	2
8	1	3	2	2
9	1	3	3	2
10	2	1	1	1
11	2	1	2	1
12	2	1	3	2
13	2	2	1	2
14	2	2	2	2
15	2	2	3	3
16	2	3	1	3
17	2	3	2	3
18	2	3	3	3
19	3	1	1	2
20	3	1	2	2
21	3	1	3	2
22	3	2	1	2
23	3	2	2	2
24	3	2	3	3
25	3	3	1	3
26	3	3	2	3
27	3	3	3	3

3.2 Идентификация МКО по согласованному набору комплексных оценок

Пусть есть три агента (n=3), каждый из которых высказал индивидуальные предпочтения в виде МКО (рис. 6).

Определим наборы комплексных оценок для всех сочетаний критериев X_1, X_2 и X_3 (табл. 2). Для согласования комплексных оценок используем медианную схему голосования (8), традиционно используемую в задачах активной экспертизы [11].

KO z = med(KO1, KO2, KO3, W1, W2), (8)

где используются оценки фантомов W^{1} и W^{2}, для определения которых воспользуемся специальной функцией, удовлетворяющей условиям монотонности, непрерывности и единогласия – минимум (9):

W 1 = min(1, 1, 3),

W 2 = min(1, 3, 3).

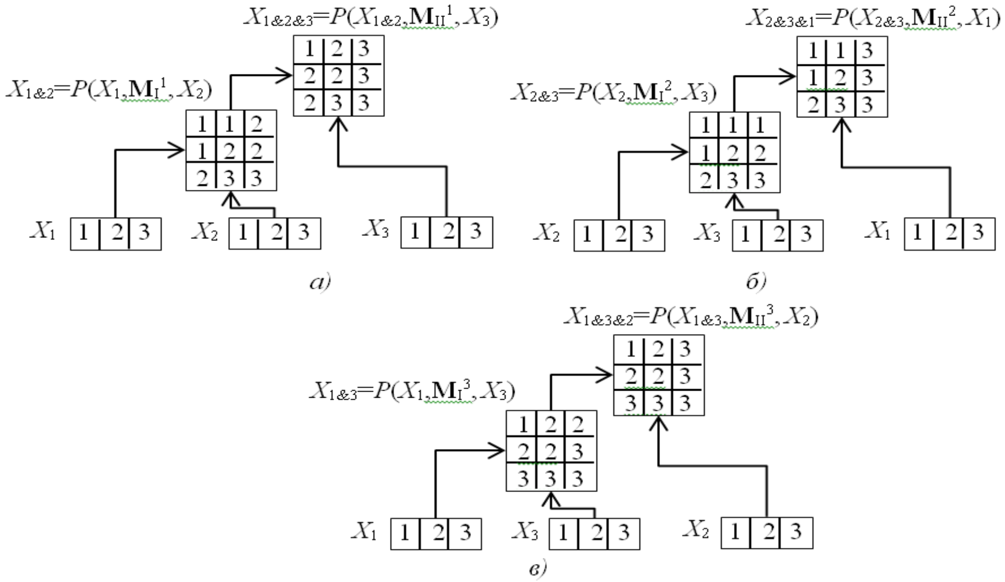

Рис. 6 Сообщения агентов в виде МКО: агента 1 – а); агента 2 – б); агента 3 – в)

По согласованному набору комплексных оценок можно найти матрицы свертки для каждой возможной структуры дерева (см. рис. 3). Покажем МКО, содержащее минимальное количество элементов матриц (рис. 7):

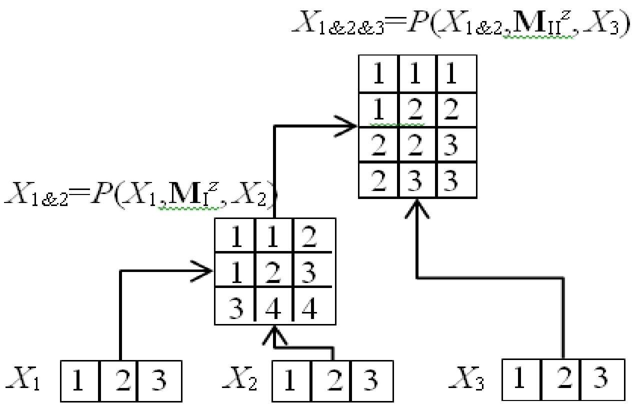

Рис. 7 Идентифицированный общий для группы агентов МКО $P(P(X_1,\mathbf{M}_I^z, X_2),\mathbf{M}_{II}^z, X_3)$

Таблица 2. Наборы комплексных оценок агентов при всех сочетаниях терминальных критериев X_1, X_2, X_3 *и согласованный набор*

№ п./п.	X_1	X_2	X_3	**КО**^{1}	**КО**^{2}	**КО**^{3}	**W**^{1}	**W**^{2}	**КО**^{z}
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	2	2	1	2	1	1	1
3	1	1	3	3	1	2	1	1	1
4	1	2	1	1	1	2	1	1	1
5	1	2	2	2	1	2	1	1	1
6	1	2	3	3	1	2	1	1	1
7	1	3	1	2	1	3	1	1	1
8	1	3	2	2	2	3	1	1	2
9	1	3	3	3	2	3	1	1	2
10	2	1	1	1	1	2	1	1	1
11	2	1	2	2	1	2	1	1	1
12	2	1	3	3	1	3	1	1	1
13	2	2	1	2	1	2	1	1	1
14	2	2	2	2	2	2	1	1	2

№ п./п.	X_1	X_2	X_3	КО^1	КО^2	КО^3	W^1	W^2	КО^z
15	2	2	3	3	2	3	1	1	2
16	2	3	1	2	2	3	1	1	2
17	2	3	2	2	3	3	1	1	2
18	2	3	3	3	3	3	1	1	3
19	3	1	1	2	3	3	1	1	2
20	3	1	2	2	3	3	1	1	2
21	3	1	3	3	3	3	1	1	3
22	3	2	1	2	3	3	1	1	2
23	3	2	2	3	3	3	1	1	3
24	3	2	3	3	3	3	1	1	3
25	3	3	1	2	3	3	1	1	2
26	3	3	2	3	3	3	1	1	3
27	3	3	3	3	3	3	1	1	3

Заключение

Обнаруженные свойства ограничивают применение МАОММ и МНОММ для идентификации предпочтений агентов, во-первых, потому что у агентов могут быть разные ограничения снизу и сверху на свои сообщения, т.к. они вынуждено работают в разных шкалах при не их структуре дерева критериев; во-вторых, потому что у агентов могут быть разные k_p и k_c.

Следствием из этого является то, что МАОММ и МНОММ применимы тогда и только тогда, когда все агенты имеют единое представление о структуре дерева критериев. Это свойство не отменяет ценности МАОММ и МНОММ, поскольку существуют прикладные задачи, где они применимы. Например, согласование единой матрицы реагирования на риски, где базисом матрицы являются шкалы, описывающие вероятность наступления рисковых событий и последствия в случае их наступления.

Помимо этого МАОММ или МНОММ могут применяться в задачах, где требуется идентифицировать представления агентов о некоторой матрице, в частности, они могут использоваться для идентификации истинных мнений агентов о структуре дерева критериев. В последнем случае агенты сообщают графы, которые можно представить в виде матриц смежности и с помощью МАОММ или МНОММ определить итоговый. В силу неманипулируемости медианных схем голосования, агентам будет не выгодно искажать информацию собственном представлении графа. Последнее свойство становится особенно актуальным в силу обнаруженных свойств, что агентам необходимо работать со своим графом.

Подход, основанный на идентификации МКО по согласованному набору комплексных показателей, является неманипулируемым и обеспечивает условие (5).

Следует заметить, что несколькими коллективами исследователей разработаны методы идентификации МКО при неполном наборе обучающих примеров. Тогда для идентификации предпочтений агентов можно поступать иначе: каждый агент сообщает значимые для него примеры, на основе примеров всех агентов требуется найти такой МКО, который бы учитывал предпочтения всех агентов. Данный подход в настоящей работе не иллюстрируется в силу ограниченности материала.

Литература

1. *Бурков В.Н., Гореликов Н.И., Черкашин А.М.* Методические основы комплексной оценки результатов деятельности предприятий с учетом их прогрессивности в ВПО «Союзэлектроприбор» // Приборы и системы управления. – 1982. – №11. – С. 21
2. *Алексеев А.О., Коргин Н.А.* О применении обобщенных медианных схем для матричной активной экспертизы // Прикладная математика, механика и процессы управления : материалы Всерос. науч.-техн. интернет-конф. студентов и молодых ученых, [г. Пермь], 30 нояб.-5 дек. 2015 г. / М-вуо образования и науки Рос. Федерации, Перм. нац. исслед. политехн. ун-т. – Пермь : Изд-во ПНИПУ, 2016. – С.170–177.
3. *Алексеев А.О., Коргин Н.А.* Матричный анонимный обобщенный медианный механизм с правом делегирования сообщений // Прикладная математика и вопросы управления. – 2016. – № 4. – С. 137-156.
4. *Катаева Т.А.* Неанонимный случай голосования при согласовании интересов агентов // Математика и междисциплинарные исследования–2020: материалы Всероссийской научно-практической конференции молодых ученых с международным участием (г. Пермь, 12-15 октября 2020 г.) / М-во науки и высш. образования Рос. Федерации, Перм. гос. нац. исслед. ун-т. – Пермь : Perm University Press, 2020. – С. 237-241.
5. *Бурков В.Н., Сергеев В.А., Коргин Н.А.* Идентификация механизмов комплексной оценки на основе

унитарного кода // Управление большими системами. – 2020. – Вып. 87. – С. 67-85.
6. *Burkov V.N., Sergeev V.S., Korgin N.A.* Identification of integrated rating mechanisms as optimization problem // 2020 13th International Conference "Management of large-scale system development" (MLSD), 28–30 Sept. 2020, Moscow, Russia. – Los Alamitos: IEEE, 2020. – 5 p. – № 20153257.
7. *Алексеев А.О.* Об одном подходе к идентификации механизма комплексного оценивания на основе обучающего множества // İnformasiya sistemləri və texnologiyalar: nailiyyətlər və perspektivlər = Информационные системы и технологии: достижения и перспективы = Information Systems and Technologies: Achievements and Perspectives : II междунар. науч. конф., [г. Сумгаит, Азерб. Респ.], 09-10 июля 2020 : материалы конф. / М-во образования Азерб. Респ., Сумгаит. гос. ун-т. – Sumqayıt : [Sumqayıt Dövlət Universiteti], 2020. – С. 117-120.
8. *Alekseev A.O.* Identification of integrated rating mechanisms based on training set // 2020 2nd International Conference on Control Systems, Mathematical Modeling, Automation and Energy Efficiency (SUMMA). 11–13 Nov. 2020, Lipetsk, Russia, IEEE, 2020. – P. 398-403.
9. *Алексеев А.О.* Математические и инструментальные методы комплексного оценивания сложных объектов в условиях неопределенности : учеб. пособие. Изд-во Перм. нац. исслед. политехн. ун-та, 2019. – 100 с.
10. *Глотов В.А. Павельев В.В.* Векторная стратификация / [под ред. В. Н. Буркова]. – М.: Наука, 1984. – 132с.
11. *Бурков В.Н., Искаков М.Б., Коргин Н.А.* Применение обобщенных медианных схем для построения неманипулируемых механизмов активной экспертизы // Проблемы управления. – 2008. – № 4. – С. 38-47.