

МНОГОКРИТЕРИАЛЬНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ В ЗАДАЧЕ ПРЕДВАРИТЕЛЬНОГО РАСЧЕТА ХАРАКТЕРИСТИК МАНЕВРЕННОГО САМОЛЕТА ПРИ НАЛИЧИИ ПАРАМЕТРОВ С ЭПИСТЕМИЧЕСКОЙ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЬЮ

Огородников О.В.

*Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова,
Россия, г. Москва, ул. Профсоюзная, д.65
o.v.ogorodnikov@gmail.com*

Аннотация: Рассмотрена частная задача предварительного расчета параметров сверхзвукового маневренного самолета в условиях эпистемической неопределенности. Реализован численный оптимизационный алгоритм, который учитывает экспертные оценки неопределенных параметров и позволяет получить значения технических характеристик разрабатываемого самолета с различными уровнями степени уверенности в их реализации.

Ключевые слова: эпистемическая неопределенность, модель оптимизационной задачи, предварительное проектирование, Парето-решения, маневренный самолет, неопределенное программирование.

Введение

Предварительный расчет технических характеристик перспективного летательного аппарата (ЛА) представляет собой начальный этап проектирования, в ходе которого принимаются решения, определяющие последующий облик ЛА как технической системы, и выполняется расчет его технических характеристик.

В настоящий момент из-за удорожания авиационной техники значительно возросла роль этапа предварительного проектирования, так как ошибки, допущенные при определении технического облика ЛА, впоследствии могут привести к большому ущербу на всех остальных этапах жизненного цикла.

Предварительное проектирование нового ЛА неизбежно сопровождается неопределенностью его итоговых технических характеристик. Это связано с тем, что на этапе предварительного расчета летно-технических и маневренных характеристик перспективного ЛА невозможно сказать, каков будет уровень технологического совершенства конструкции планера, материалов, двигателя и других элементов на момент его непосредственного создания. Отсюда возникает целесообразность учета неопределенности исходных данных в предварительном расчете характеристик создаваемого ЛА. Неопределенность исходных данных означает, что невозможно точно сказать, какое значение будет принимать тот или иной параметр, однако можно определить диапазон значений, где каждому значению соответствует некоторая степень уверенности в его реализации. Такие параметры задаются на основе экспертной оценки специалиста, которую он делает на основе своего опыта.

Существует два типа неопределенности – статистическая (алеаторная) и экспертная (эпистемическая). Первая из них возникает, когда параметры характеризуются вариабельностью, зафиксированной в статистических данных, достаточных для принятия статистических гипотез о неопределенных параметрах. В этом случае параметру соответствует функция распределения вероятности. Эпистемическая неопределенность возникает из-за недостатка знаний, результатов наблюдений. В этом случае информацию получают от экспертов. Для работы с эпистемической неопределенностью существует много математических теорий. Наиболее популярные из них это интервальная математика [1], теория нечетких множеств Л. Заде [2] и теория возможностей Л. Заде [3]. В данной работе для описания неопределенных параметров ЛА предлагается теория неопределенности Б. Лю, так как в ней существует эффективный инструмент для решения оптимизационных задач с эпистемической неопределенностью, а именно, простые аналитические выражения для вычисления детерминированных дубликатов целевых параметров для достаточно широкого класса функций. Ранее с применением теории Б. Лю решались другие задачи предварительного проектирования в условиях параметрической [4, 5] и смешанной [6, 7] неопределенности.

1 Модель многокритериальной оптимизационной задачи в условиях эпистемической неопределенности

1.1 О теории неопределенности

Приведем базовые понятия теории неопределенности Б. Лю [8], необходимые для формализации выбранной задачи предварительного расчета технических характеристик перспективного ЛА.

Центральным понятием теории неопределенности служит мера неопределенности M , которая удовлетворяет аксиомам нормальности, дуальности, субаддитивности и произведения (мера произведения событий равна минимальной из мер этих событий). Мера неопределенности события отражает степень уверенности эксперта в том, что это событие произойдет.

В теории неопределенности вводится понятие неопределенной переменной ξ , которая определяется функцией распределения неопределенности $\Phi(x) = M\{\xi \leq x\}$, где $\Phi(x)$ есть функция $\Phi: R \rightarrow [0,1]$.

Распределение неопределенности содержит информацию о неопределенной переменной. Оно представляет собой совокупность значений вещественной переменной x и меры неопределенности $M\{\xi \leq x\}$, соответствующей этому значению. Эксперт на основе своего опыта ставит в соответствие каждому значению переменной ξ степень уверенности M (меру неопределенности) в том, что она не больше x . Функция распределения неопределенности $\Phi(x)$ строится как аппроксимация полученных от эксперта значений x и $M\{\xi \leq x\}$ (Рис. 1).

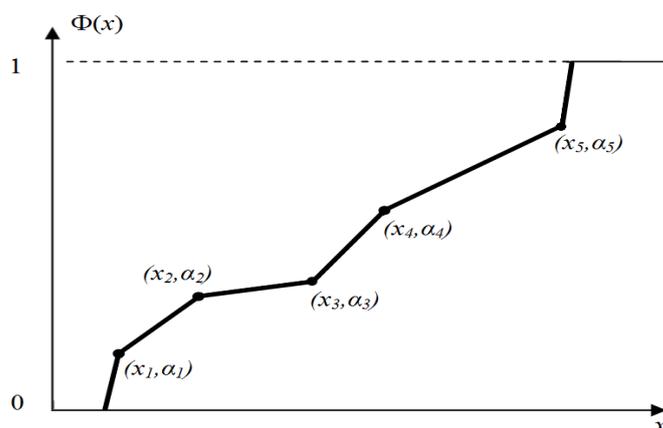


Рис. 1. Пример функции распределения неопределенности

В теории неопределенности приводятся выражения для расчета числовых характеристик функции, зависящей от неопределенных параметров – ожидаемого значения $E[\xi]$, дисперсии $V[\xi]$, критических значений $SUP_a[\xi]$ и $INF_a[\xi]$.

Если \bar{x} – вектор действительных чисел (вектор детерминированных параметров) и f – непрерывная строго возрастающая по $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_m$ и строго убывающая по $\xi_{m+1}, \xi_{m+2}, \dots, \xi_n$, то $\xi = f(\bar{x}, \xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n)$ имеет следующие ожидаемое значение и дисперсию при любом \bar{x} :

$$E[\xi] = \int_0^1 f(\bar{x}, \Phi_1^{-1}(\alpha), \dots, \Phi_m^{-1}(\alpha), \Phi_{m+1}^{-1}(1-\alpha), \dots, \Phi_n^{-1}(1-\alpha)) d\alpha, \quad (1)$$

$$V[\xi] = \int_0^1 (f(\bar{x}, \Phi_1^{-1}(\alpha), \dots, \Phi_m^{-1}(\alpha), \Phi_{m+1}^{-1}(1-\alpha), \dots, \Phi_n^{-1}(1-\alpha)) - E[\xi])^2 d\alpha, \quad (2)$$

где $\Phi_1^{-1}, \dots, \Phi_n^{-1}$ – функции, обратные функциям распределения неопределенных переменных ξ_1, \dots, ξ_n .

Критические значения (аналогичные квантилю) неопределенной переменной ξ :

$$SUP[\xi] = (\bar{x}, \Phi_1^{-1}(\alpha), \Phi_2^{-1}(\alpha), \dots, \Phi_m^{-1}(\alpha), \Phi_{m+1}^{-1}(1-\alpha), \Phi_{m+2}^{-1}(1-\alpha), \dots, \Phi_n^{-1}(1-\alpha)), \quad (3)$$

$$INF[\xi] = (\bar{x}, \Phi_1^{-1}(1-\alpha), \Phi_2^{-1}(1-\alpha), \dots, \Phi_m^{-1}(1-\alpha), \Phi_{m+1}^{-1}(\alpha), \Phi_{m+2}^{-1}(\alpha), \dots, \Phi_n^{-1}(\alpha)). \quad (4)$$

1.2 Задача неопределенного программирования

Общая постановка задачи оптимального проектирования с неопределенными параметрами выглядит таким образом:

$$\begin{cases} \min(\max) f(\bar{x}, \bar{\xi}), \\ g_j(\bar{x}, \bar{\xi}) \leq 0, i = 1, 2, \dots, p, \end{cases} \quad (5)$$

\bar{x} – вектор проектируемых параметров (вектор решений), $\bar{\xi}$ – вектор неопределенных параметров, $f(\bar{x}, \bar{\xi})$ – целевая функция, $g_i(\bar{x}, \bar{\xi})$ – функции ограничения.

В таком виде эта задача не имеет решения, так как целевая функция f , зависящая от неопределенных параметров, сама является неопределенной. Чтобы перейти к задаче математического программирования, необходимо заменить целевые функции и ограничения их числовыми характеристиками:

$$\begin{cases} \min_x (\max) d[f(\bar{x}, \bar{\xi})], \\ d_j^*[g_j(\bar{x}, \bar{\xi})] \leq 0, i = 1, 2, \dots, p, \end{cases} \quad (6)$$

где d – множество числовых характеристик целевой функции, d_j^* – числовые характеристики функций ограничений.

2 Алгоритм предварительного расчета параметров маневренного самолета под заданные требования

Предлагается алгоритм расчета параметров маневренного самолета в условиях эпистемической неопределенности, который основан на инженерной методике расчета основных технических характеристик маневренного самолета под заданные тактико-технические требования (ТТТ) [9, 10]: требуемую дальность L крейсерского [11] полета на дозвуковой скорости, нормальную перегрузку в режиме маневра $n_{z, req}$ (характеризует маневренность самолета), энергетическую скороподъемность P_s (характеризует, насколько быстро самолет может увеличивать свою кинетическую энергию) и массу полезной нагрузки m_{ec} . Разработанный алгоритм позволяет получить требования к геометрическим и массовым характеристикам, аэродинамическому качеству [11], параметрам силовой установки. Выходные параметры: объем самолета, площадь омываемой поверхности, взлетная масса, масса топлива, конструкции, силовой установки, взлетная форсажная тяга двигателя, а также максимальное аэродинамическое качество на режиме маневра и крейсерского полета. Выполнение полученных требований к аэродинамике, силовой установке, геометрическим и массовым характеристикам обеспечит выполнение заданных ТТТ.

2.1 Задача оптимизации параметров

Задачу расчета параметров маневренного самолета можно представить как многокритериальную оптимизационную задачу в условиях эпистемической неопределенности исходных данных. Предлагается минимизировать расчетные требования к максимальному аэродинамическому качеству на режиме крейсерского полета $K_{max cr}$ создаваемого самолета и взлетной тяге двигателя P_0 :

$$\begin{cases} \min K_{max cr}, \\ \min P_0, \\ 400 \leq \gamma_a \leq 600, \\ 3 \leq F \leq 3.5, \\ 0.13 \leq \gamma_{eng} \leq 0.2. \end{cases} \quad (7)$$

Оптимизируемые детерминированные параметры: γ_a – плотность самолета, γ_{eng} – отношение веса силовой установки к тяге двигателей, F – коэффициент формы (равен отношению площади поверхности самолета к поверхности равновеликой по объему сферы).

Неопределенные параметры: K_{compr} – отношение аэродинамического качества на режиме маневра к качеству на режиме крейсерского полета ($K_{max cr}$ к $K_{max man}$), k_{as1} и k_{as2} – коэффициенты, требующиеся для расчета массы 1 м^2 поверхности планера самолета, γ_{fuel} – относительная масса топлива, затраченного на участке набора высоты перед крейсерским полетом, γ_{fuel2} – относительная масса топлива, затраченного на участке снижения после крейсерского полета, L_{des+cl} – сумма длин участков набора высоты и снижения, C_f – коэффициент эквивалентного трения [10].

Минимизация требований к аэродинамическому качеству расширяет возможности для подбора аэродинамической компоновки перспективного ЛА, а минимизация требований к двигателю расширяет возможности по его подбору из уже существующих либо по разработке нового, так как время, затрачиваемое на создание нового авиационного двигателя, сопоставимо со временем создания всего самолета в целом.

В текущей постановке задачи отсутствуют ограничения в виде функций от неопределенных переменных, но присутствуют ограничения на оптимизируемые детерминированные параметры.

Применив модель оптимизационной задачи (6) и аналитические выражения для числовых характеристик целевых функций (4), перейдем к детерминированной двухкритериальной задаче оптимизации критических значений $K_{max cr}$ и P_0 :

$$\left\{ \begin{array}{l} \min \inf_{\alpha_{K_{max\ cr}}} [K_{max\ cr}], \\ \min \inf_{\alpha_{P_0}} [P_0], \\ 400 \leq \gamma_a \leq 600, \\ 3 \leq F \leq 3.5, \\ 0.13 \leq \gamma_{eng} \leq 0.2, \end{array} \right. \quad (8)$$

где $\alpha_{K_{max\ cr}}$, α_{P_0} – соответственно уровни степеней уверенности в том, что значения $K_{max\ cr}$ и P_0 будут меньше определенного фиксированного значения.

На Рис. 2 и Рис. 3 показано, что целевые функции $K_{max\ cr}$ и P_0 строго монотонны по всем неопределенным параметрам. По оси абсцисс отложены значения неопределенных параметров, отнесенных к их номиналу.

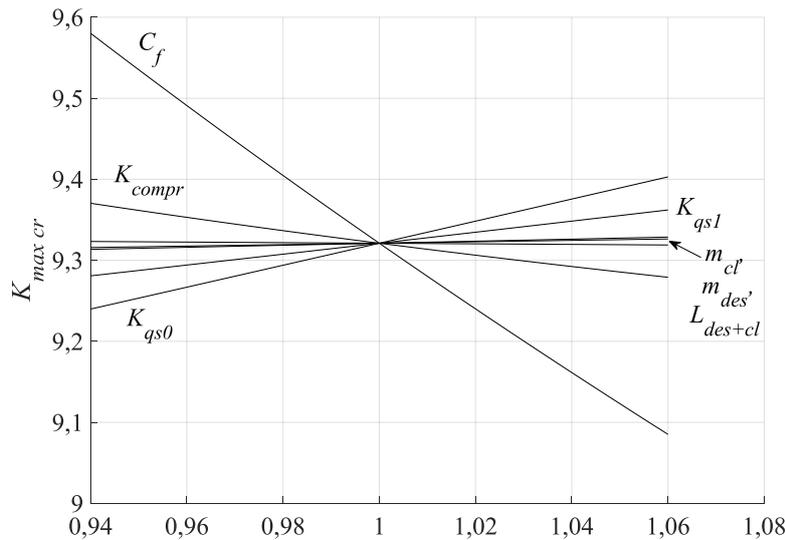


Рис. 2. Зависимость целевой функции $K_{max\ cr}$ неопределенных параметров

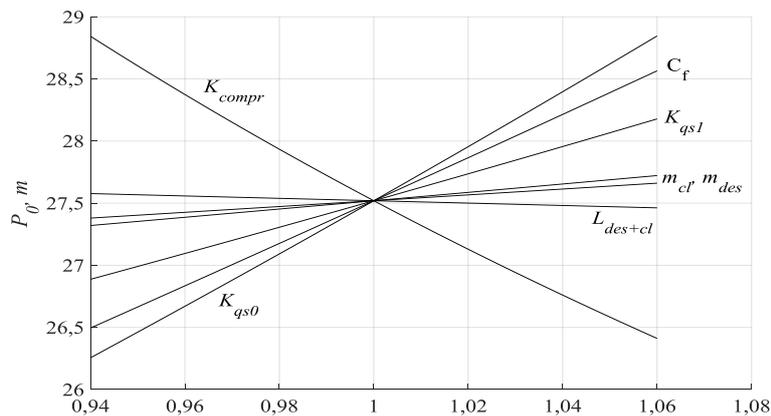


Рис. 3. Зависимость целевой функции P_0 от неопределенных параметров

2.2 Методика расчета характеристик ЛА при наличии неопределенных параметров

Далее представлена методика вычисления целевой функции $K_{max\ cr}$, в которой учитывается неопределенность входных параметров. Чтобы алгоритм был пригоден для вычисления целевой функции P_0 , необходимо на шаге 5 заменить $\Phi_{C_f}^{-1}(1 - \alpha)$ на $\Phi_{C_f}^{-1}(\alpha)$, так как значение P_0 строго монотонно возрастает по неопределенному параметру C_f , а значение $K_{max\ cr}$ убывает. По остальным неопределенным параметрам целевые функции ведут себя одинаково.

Для краткости приведены только те расчетные формулы, в которых присутствуют неопределенные параметры.

При выполнении разработанного алгоритма подбирается значение потребного максимального аэродинамического качества на режиме маневра $K_{max\ man}$, обеспечивающего выполнение ТТТ и удовлетворяющего всем функциональным зависимостям между массовыми параметрами, геометрическими параметрами и параметрами силовой установки самолета.

Шаг 1. С помощью формулы Бреге [10, 11] определяется потребная для реализации дальности относительная масса полного запаса топлива:

$$\bar{m}_f = \left(1 + \Phi_{\bar{m}_{des}}^{-1}(\alpha)\right) - \left(1 - \Phi_{\bar{m}_{cl}}^{-1}(\alpha)\right) \exp\left(\frac{(L - \Phi_{L_{des+cl}}^{-1}(1-\alpha))C_{e\ cr}}{V_{cr}K_{max\ cr}}\right), \quad (9)$$

$$K_{max\ cr} = K_{max\ man} \Phi_{K_{comp}}^{-1}(1 - \alpha), \quad (10)$$

где $C_{e\ cr}$ – удельный расход топлива на режиме крейсерского полета, V_{cr} – скорость в режиме крейсерского полета, $K_{max\ cr}$ – максимальное аэродинамическое качество на режиме крейсерского полета; $\Phi_{\bar{m}_{des}}^{-1}(\alpha)$, $\Phi_{\bar{m}_{cl}}^{-1}(\alpha)$, $\Phi_{L_{des+cl}}^{-1}(1 - \alpha)$ и $\Phi_{K_{comp}}^{-1}(1 - \alpha)$ – обратные функции распределения неопределенности для неопределенных параметров \bar{m}_{des} , \bar{m}_{cl} , L_{des+cl} и K_{comp} соответственно. Все массовые параметры отнесены к взлетной массе самолета m_0 .

Шаг 2. На основе требований к установившейся перегрузке $n_{z\ req}$ и энергетической скороподъемности P_s определяется потребная тяговооруженность (отношение тяги двигателей к весу самолета) на режиме маневра $P_{calc}/(m_{calc}g)$ и взлетная тяговооруженность $P_0/(m_0g)$.

Шаг 3. Далее с учетом взлетной тяговооруженности и коэффициентов, определяющих уровень технологии двигателя и силовой установки, вычисляется относительная масса силовой установки \bar{m}_{pp} . Способ расчета \bar{m}_{pp} приведен в работе [9].

Шаг 4. На основе статистических закономерностей с учетом вычисленных ранее массы топлива, силовой установки и заданной массы полезной нагрузки m_{es} определяются основные массовые и геометрические параметры: взлетный вес m_0 , площадь омываемой поверхности A_{wet} и объем самолета V_a :

$$\left\{ \begin{array}{l} m_0 = \frac{m_{es}}{1 - \bar{m}_{pp} - \bar{m}_f - \bar{m}_{cch}} \\ \bar{m}_{cch} = \left(\Phi_{k_{qs1}}^{-1}(\alpha) + \Phi_{k_{qs2}}^{-1}(\alpha) V_a^{1/3} \right) \frac{A_{wet}}{m_0} \\ A_{wet} = (36\pi)^{1/3} F V_a^{2/3} \\ V_a = \frac{m_0}{\gamma_a} \end{array} \right. \quad (11)$$

где \bar{m}_{cch} – масса планера самолета, элементов управления и гидравлики, $\Phi_{k_{qs1}}^{-1}(\alpha)$ и $\Phi_{k_{qs2}}^{-1}(\alpha)$ – обратные функции распределения неопределенности для неопределенных параметров k_{qs1} и k_{qs2} .

Шаг 5. Далее выполняется поиск значения $K_{max\ man}$, при котором невязка Δ становится меньше заданного проектировщиком значения. При таком $K_{max\ man}$ будут согласованы полученные технические характеристики и реализованы все ТТТ:

$$\Delta = \left[\frac{P_{calc}}{m_{calc}g} - \frac{n_{x1} n_{z\ req}^2}{n_{z\ req}^2 - 1} \right] \frac{1}{q_{calc}} - \frac{\Phi_{C_f}^{-1}(1-\alpha) A_{wet}}{m_{calc}g}, \quad (12)$$

где q_{calc} – скоростной напор [11] на расчетном режиме полета, n_{x1} – значение тангенциальной перегрузки [10, 11] при нормальной перегрузке $n_z = 1$, g – ускорение свободного падения, m_{calc} – масса самолета на расчетном режиме полета, $\Phi_{C_f}^{-1}(1 - \alpha)$ – обратная функция распределения неопределенного параметра C_f .

В конце выполняется финальный расчет с найденным значением $K_{max\ man}$.

2.3 Программное обеспечение

Для численного решения поставленной оптимизационной задачи было разработано программное обеспечение на языке Matlab. Схема взаимодействия программных модулей представлена на Рис. 4.

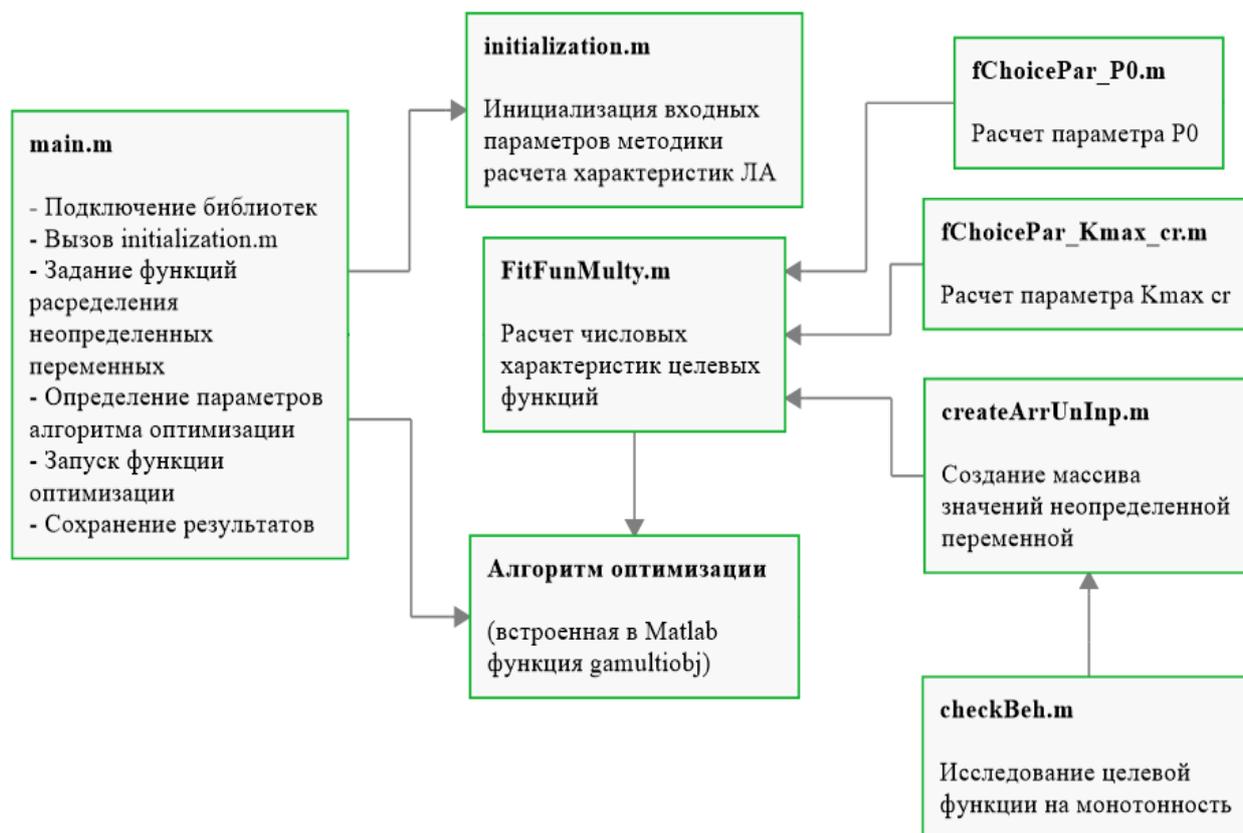


Рис. 4. Схема взаимодействия программных функций / модулей

На вход программы поступает набор входных переменных (детерминированных, неопределенных и их функции распределения неопределенности) и ограничения. Далее происходит выбор способа расчета числовых характеристик целевых функций и ограничений. В результате работы программы вычисляется множество Парето-решений, каждому из которых соответствует некоторая степень уверенности (мера неопределенности) в реализации этого решения.

Для оптимизации целевых функций применяется многокритериальный генетический алгоритм, встроенный в Matlab. Для каждой комбинации варьируемых в процессе оптимизации проектируемых параметров выполняется расчет согласно алгоритму из п. 2.2 и вычисляются числовые характеристики целевых функций.

2.4 Результаты расчета

Перед решением поставленной задачи предварительного расчета технических характеристик перспективного ЛА в условиях неопределенности необходимо задать степени уверенности $\alpha_{K_{max\ cr}}$, α_{P_0} и вид функций распределения неопределенности Φ неопределенных проектных параметров γ_a , γ_{eng} и F . В общем случае вид функции Φ определяется только экспертом, но в данной задаче принято, что Φ имеет вид

$$\Phi(x) = \left(1 + \exp\left(\frac{\pi(e-x)}{\sqrt{3}\sigma}\right) \right)^{-1}, \quad (13)$$

где e – номинальное значение неопределенного параметра, σ – стандартное отклонение.

В результате применения описанного в п 2.3 программного обеспечения получены Парето-фронты, представленные на Рис. 5.

С увеличением значений $\alpha_{K_{max\ cr}}$ и α_{P_0} повышается степень уверенности в том, что итоговые значения $K_{max\ cr}$ и P_0 при создании ЛА не превысят значений из соответствующего Парето-фронта.

Расчет выполнен для маневренного самолета типа J-20. Номинальные значения для неопределенных проектных параметров γ_a , γ_{eng} и F заданы на основе экспертных оценок, взятых из открытых источников. Стандартное отклонение σ принято равным 4% от номинала. Реальные значения $K_{max\ cr}$ и P_0 , взятые из открытой печати, также обозначены на Рис. 5. Видно, что они

соответствуют степени уверенности, которая лежит в диапазоне 0,75–0,8. На этапе предварительного проектирования данные значения степени уверенности принято считать удовлетворительными. В приведенном расчете значения $\alpha_{K_{max cr}}$ и α_{P_0} взяты равными.

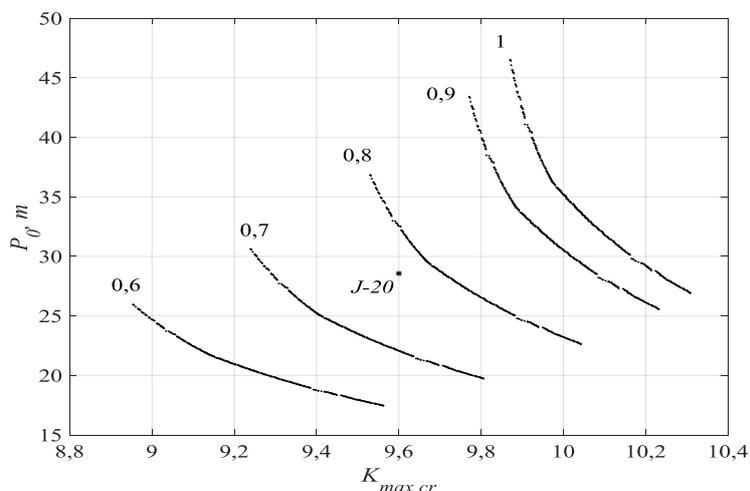


Рис. 5. Парето-фронты, соответствующие различным степеням уверенности от 0,6 до 1

Заключение

Предложена модель многокритериальной оптимизационной задачи расчета летно-технических характеристик маневренного ЛА в условиях параметрической эпистемической неопределенности и программное обеспечение для ее решения. Параметры с эпистемической неопределенностью моделируются с помощью теории неопределенности. Реализован численный оптимизационный алгоритм, в котором учитываются мнения экспертов, для получения технических характеристик ЛА с различными уровнями степени уверенности.

Литература

1. Добронец Б.С. Интервальная математика: учеб. пособие. – Красноярск: Красноярский гос. ун-т., 2004. – 216 с.
2. Zadeh, L.A. Fuzzy Sets // Information and Control. – 1965. – Vol. 8. – P. 338–353.
3. Zadeh, L.A. Fuzzy Sets as the Basis for a Theory of Possibility // Fuzzy Sets and Systems. – 1978. – Vol. 8. – P. 3–28.
4. Veresnikov, G.S., Ogorodnikov, O.V., Pankova, L.A., Pronina, V.A. Determining maneuverable aircraft parameters in preliminary design under conditions of uncertainty // Procedia Computer Science. – 2017. – Vol. 112. – P. 1123–1130.
5. Вересников Г.С., Пронина В.А., Панкова Л.А., Огородников О.В. Решение задач предварительного проектирования в условиях параметрической неопределенности // Проблемы управления. – 2017. – № 4. – С. 65–73.
6. Veresnikov, G.S., Pronina, V.A., Pankova, L.A., Ogorodnikov, O.V. Optimal design of technical objects under mixed parametric uncertainty / Proceedings of the 12th International Conference "Management of Large-Scale System Development" (MLSD). Moscow, 2019. – URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/8911060>.
7. Вересников Г.С., Панкова Л.А., Пронина В.А., Огородников О.В. Предварительное проектирование летательных аппаратов в условиях смешанной неопределенности / Тр. 13-го Всерос. совещ. по проблемам управления (ВСПУ XIII, Москва, 2019). – М.: ИПУ РАН, 2019. – С. 3155–3160.
8. Liu, B. Theory and Practice of Uncertain Programming: 2-nd ed. – Berlin: Springer-Verlag, 2007. – 485 p.
9. Bashkirov, I.G., Irodov, R.D. Calculation of Jet Aircraft Parameters Under Design Requirements // World Aviation Congress, October 13–16. – Anaheim, California, 1997, paper no. 975598.
10. Аэродинамика, устойчивость и управляемость сверхзвуковых самолетов / под ред. Г.С. Бюшгенса. – М.: Физматлит, 1998. – 816 с.
11. Авиация : Энциклопедия / Гл. ред. Г. П. Свищев. – М.: Большая рос. энцикл.: Центр. аэрогидродинам. ин-т, 1994. – С. 407–408.