МНОГОВАРИАНТНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРИ ПРЕДВАРИТЕЛЬНОМ ПРОЕКТИРОВАНИИ ТЕХНИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ В УСЛОВИЯХ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

Вересников Г.С.

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова,
Россия, г. Москва, ул. Профсоюзная, д.65

veresnikov@mail.ru

Аннотация: В статье рассматривается проблема многовариантного моделирования, когда информация о недетерминированных параметрах проектируемого технического объекта формируется на основе экспертных данных. Для представления таких параметров выбрана теория неопределенности, с использованием которой разработаны алгоритмы обработки эмпирических данных, полученных от групп экспертов.

Ключевые слова: многовариантное моделирование, предварительное проектирование, технический объект, параметрическая неопределенность, экспертные данные, теория неопределенности.

Введение

При предварительном проектировании технических объектов применение расчетных и оптимизационных моделей нередко осложняется тем, что входные параметры этих моделей не могут быть заданы точными значениями, т.е. являются недетерминированными. В случае недетерминированности параметров применение традиционных методов, предназначенных для вычислений с точными значениями, может привести к неэффективным или некорректным проектным решениям. Для решения этой проблемы могут быть использованы методы теории вероятностей [1] или теорий [2-8], предназначенных для работы с экспертными данными.

Применение теории вероятности требует, чтобы информация о недетерминированных – случайных параметрах была сформирована на основе статистических данных и представлена функцией распределения вероятности, полученной в результате аппроксимации этих данных. В случае недостатка статистических данных информация о недетерминированных параметрах обычно формируется на основе экспертных данных.

В результате анализа возможности применения теорий [2-8] для решения задач предварительного проектирования в условиях параметрической неопределенности предлагается выбрать теорию неопределенности [8], в которой вводится мера неопределенности, как степень уверенности эксперта. В теории неопределенности с математической строгостью описана аксиоматика, связанная с мерой неопределенности, вводится функция распределения неопределенности неопределенного параметра и для случая строгой монотонности выводятся аналитические выражения числовых характеристик функций, зависящих от неопределенных параметров.

В рамках теории неопределённости недетерминированные параметры проектируемого технического объекта интерпретируются как неопределенные параметры с функциями распределения неопределенности. Функции распределения неопределенности эксперты задают непосредственно в аналитическом виде или набором эмпирических данных, которые затем аппроксимируются функцией распределения неопределенности. Во втором случае для детерминированных значений $x_1, x_2, ..., x_n$ неопределенного параметра ξ_q эксперт определяет степени уверенности, равные α_1, $\alpha_2, ..., \alpha_n$, $i = 1, \ldots, n$, в том, что $\xi_q \le x_1$, $\xi_q \le x_2$, …, $\xi_q \le x_n$. В результате формируются эмпирические данные (x_1, α_1), (x_2, α_2), …, (x_n, α_n), где $x_1 < x_2 < \ldots < x_n$, $0 \le \alpha_1 \le \alpha_2 \le \ldots \le \alpha_n \le 1$.

Для формирования функций распределения неопределенности в аналитической форме на основе данных, полученных от одного эксперта, используются известные алгоритмы аппроксимации. В самом простом случае может применяться линейная аппроксимация функции распределения неопределенного параметра ξ_q, которая дает эмпирическую функцию распределения неопределенности [8]:

$$\Phi_{\xi_q}(x) = \begin{cases} 0, \text{ если } x \le x_1, \\ \alpha_i + \dfrac{(\alpha_{i+1} - \alpha_i)(x - x_i)}{x_{i+1} - x_i}, \text{ если } x_i \le x \le x_{i+1}, 1 \le i \le n, \\ 1, \text{ если } x > x_n . \end{cases} \quad (1)$$

Если лицо, принимающее решения, (ЛПР) не устраивает низкая точность линейной аппроксимации, то могут использоваться модели нелинейной регрессии, полиномы высоких порядков.

Нередко имеет место ситуация, когда эмпирические данные о неопределенном параметре технического объекта получены от группы экспертов. Тогда формируется множество пар $(x_{i1}, a_{i1}), (x_{i2}, a_{i2}),\ldots,(x_{in_i}, a_{in_i})$, где $0 \le x_{i1} \le x_{i2} \le \ldots \le x_{in_i} \le 1$, $0 \le \alpha_{i1} \le \alpha_{i2} \le \ldots \le \alpha_{in_i} \le 1$; $i=1, \ldots, m$, m – количество экспертов, n_i – количество значений неопределенного параметра ξ_q, рассматриваемых i-м экспертом.

В результате при получении информации о неопределенных параметрах от экспертов возможна ситуация, когда отдельным параметрам технического объекта соответствует множество функций распределения неопределенности. Для решения этой проблемы в статье предлагаются:

- схема многовариантного моделирования при предварительном проектировании технических объектов в условиях параметрической неопределенности;
- алгоритмы, позволяющие обеспечить обработку данных о неопределенных параметрах, полученных от группы экспертов, для формирования функций распределения неопределенности.

1 Схема многовариантного моделирования при предварительном проектировании технических объектов в условиях параметрической неопределенности

Если параметрам технического объекта не могут быть единственным образом сопоставлены точные значения или функции распределения неопределенности, то задача синтеза параметров технического объекта не может быть полностью формализована ЛПР в виде расчетной или оптимизационной модели. В связи с этим предлагается реализация в программных инструментальных средах, предназначенных для предварительного проектирования технических объектов, возможности многовариантного моделирования в рамках схемы, представленной на рис. 1.

Рис. 1. Схема многовариантного моделирования при предварительном проектировании технических объектов в условиях параметрической неопределенности

В рамках представленной на рис. 1 схемы формализованная постановка задачи многовариантного моделирования, которая создается ЛПР и является отражением прикладной задачи синтеза параметров технического объекта, содержит:

- множество измерений $\{D_1, \ldots, D_N\}$;
- множества детерминированных и недетерминированных величин, соответствующих измерениям $D_1, \ldots, D_N$;
- алгоритмы формирования ячеек гиперкуба, основанные на расчетных или оптимизационных моделях с неопределенными параметрами.

Основной целью многовариантного моделирования является формирование и анализ многомерных данных о проектируемом техническом объекте – гиперкуба данных. Этот гиперкуб данных состоит из множества ячеек, сопоставленных элементам декартова произведения множеств $D_1, \ldots, D_N$ (каждое из этих множеств содержит более одного элемента). Множество $\{D_1, \ldots, D_N\}$ содержит измерения (множества), соответствующие параметрам технического объекта, для которых могут быть заданы альтернативные варианты детерминированных/недетерминированных величин.

При этом каждый элемент из множеств D_1, …, D_N сопоставляется детерминированной или неопределенной величине.

Каждая ячейка гиперкуба данных может содержать результаты применения:

- расчетных моделей с неопределенными параметрами;
- оптимизационных моделей с целевыми функциями и ограничениями, зависящими от неопределенных параметров.

Рассмотрим вариант, когда для формирования ячеек гиперкуба используются расчетные модели. Пусть произведена классификация параметров m формул, используемых при предварительном проектировании технического объекта, на детерминированные $\bar{x}$ и неопределенные $\bar{\xi}$. Соответственно имеют место функции $f_1(\bar{x},\bar{\xi})$, $f_2(\bar{x},\bar{\xi})$, …, $f_m(\bar{x},\bar{\xi})$. Параметры, входящие в вектора $\bar{x}$ и $\bar{\xi}$, для которых могут быть заданы альтернативные варианты детерминированных и неопределенных величин определяют множество измерений $\{D_1, …, D_N\}$.

Функции, включающие неопределенные величины, являются неопределенными величинами, которые не могут эффективно использоваться для принятия решений ЛПР. В связи с этим в соответствии с предпочтениями ЛПР производится замена неопределенных величин их числовыми характеристиками.

Тогда каждая ячейка гиперкуба, соответствующая элементу декартова произведения множеств $D_1,…,D_N$ содержит результат расчета числовых характеристик функций, зависящих от неопределенных величин:

$$d_1[f_1(\bar{x},\bar{\xi})], d_2[f_2(\bar{x},\bar{\xi})], ..., d_m[f_m(\bar{x},\bar{\xi})],$$

где d_1, …, d_m – множества числовых характеристик функций $f_1(\bar{x},\bar{\xi})$, $f_2(\bar{x},\bar{\xi})$,…, $f_m(\bar{x},\bar{\xi})$.

Для решения расчетных и оптимизационных задач могут использоваться следующие числовые характеристики функции $f_i(\bar{x},\bar{\xi})$, $i=1, …, m$, представленные в теории неопределенности [8]:

ожидаемое значение $E[f_i(\bar{x},\bar{\xi})]$; критические значения $inf_\alpha[f_i(\bar{x},\bar{\xi})]$ и $sup_\alpha[f_i(\bar{x},\bar{\xi})]$,

где $inf_\alpha[f_i(\bar{x},\bar{\xi})] = inf\{r \mid M\{f_i(\bar{x},\bar{\xi}) \le r\} \ge \alpha\}$, $sup_\alpha[f_i(\bar{x},\bar{\xi})] = sup\{r \mid M\{f_i(\bar{x},\bar{\xi}) \ge r\} \ge \alpha\}$,

где α – уровень меры неопределенности (степени уверенности эксперта); дисперсии $V[f_i(\bar{x},\bar{\xi})]$.

Рассмотрим вариант, когда для формирования ячеек гиперкуба используются оптимизационные модели. Пусть имеет место оптимизационная модель 1 с неопределенными входными и оптимизируемыми параметрами:

Модель 1.

$$\begin{cases} \min\limits_{\bar{x}'}(\max)[f_1(\bar{x}', \bar{\xi}), ..., f_m(\bar{x}', \bar{\xi})], \\ g_j(\bar{x}', \bar{\xi}) \le 0,\ j = 1, 2, ..., p, \end{cases}$$

где $\bar{x}' = (x_1', ..., x_k')$ – вектор детерминированных и/или оптимизируемых неопределенных параметров технического объекта $(x_1' = x_1 + \delta_1$, …, $x_k' = x_k + \delta_k)$, $x_1, ..., x_k$ – детерминированные переменные (варьируемые при оптимизации), δ_1, …, δ_k – независимые неопределенные величины, позволяющие учесть возможные допуски, по которым отсутствует статистика); $\bar{\xi}$ – вектор входных неопределенных параметров; $f_i(\bar{x}', \bar{\xi})$ – целевая функция; $g_j(\bar{x}', \bar{\xi})$ – функция ограничения; m, p – соответственно количество целевых функций и ограничений.

Неопределенные величины не могут использоваться в оптимизационных расчетах, поэтому целевые функции и ограничения в модели 1 в соответствии с предпочтениями ЛПР заменяются их числовыми характеристиками:

Модель 2.

$$\begin{cases} \min\limits_{\bar{x}'}(\max)[d_1[f_1(\bar{x}', \bar{\xi})], ..., d_m[f_m(\bar{x}', \bar{\xi})]], \\ M[g_j(\bar{x}', \bar{\xi}) \le 0] \ge \alpha_{g_j},\ j = 1, 2, ..., p, \end{cases}$$

Для оптимизационной модели 1 варианты неопределенных величин (функций распределений неопределенности) могут быть сформированы для ξ_1, …, ξ_n и δ_1, …, δ_k. Тогда каждая ячейка гиперкуба содержит результаты применения оптимизационной модели – множество векторов решений и соответствующих им значений критериев оптимизации.

В рамках многовариантного моделирования для формирования вариантов неопределенных величин, соответствующих параметрам технического объекта, могут использоваться результаты:

- варьирования параметров функций распределения неопределенности;
- обработки экспертных данных, полученных от группы экспертов.

Варьирование параметров функций распределения неопределенности используется при исследовании свойств проектируемого технического объекта. При этом варьируются параметры, влияющие на выбранный вид функции распределения неопределенности. Например, при использовании линейной функции распределения неопределенности, варьируются смещение и размер области ее определения, при использовании нормальной функции варьируются параметры, определяющие ее ожидаемое значение и среднее квадратическое отклонение.

Рассмотрим линейную функцию распределения неопределенности $\Phi_{\xi_q}(x)$ (частный случай формулы 1), которая формируется в случае, когда экспертом задается только диапазон изменения $[a_q, b_q]$ неопределенного параметра ξ_q:

$$\Phi_{\xi_q}(x) = \begin{cases} 0, \text{ если } x \le a_q, \\ (x - a_q)/(b_q - a_q), \text{ если } a_q \le x \le b_q, \\ 1, \text{ если } x \ge b_q. \end{cases}$$

Тогда обратная функция распределения неопределенности имеет вид:

$$\Phi^{-1}_{\xi_q}(\alpha) = (1-\alpha)a_q + \alpha b_q, 0 \le \alpha \le 1.$$

Пусть $a_q = x_q - \Delta_q$ и $b_q = x_q + \Delta_q$, где x_q – детерминированная переменная. Тогда, подставив a_q и b_q в верхнюю формулу, можно записать следующее выражение для обратной функции распределения неопределенности, которая используется для расчета числовых характеристик функций от неопределенных параметров:

$$\Phi^{-1}_{\xi_q}(\alpha) = x_q + \Delta_q(2\alpha - 1), 0 \le \alpha \le 1,$$

где x_q и Δ_q – параметры, обеспечивающие смещение и изменение размера области определения линейной функции распределения неопределенности для ξ_q.

Посредством варьирования x_q и Δ_q формируются различные варианты неопределенных величин, используемых для многовариантного моделирования. Аналогичным образом вместо линейной может использоваться нормальная функция распределения неопределенности.

Задача параметрического синтеза при предварительном проектировании технических объектов нередко осложняется тем, что при получении информации об отдельных недетерминированных параметрах используются мнения группы экспертов. В связи с этим требуется решение проблемы подготовки данных к параметрическому синтезу, связанной с анализом и интеграцией экспертной информации об отдельных неопределенных параметрах технического объекта. Для формирования вариантов неопределенных величин предлагаются алгоритмы обработки экспертных данных для получения критических (раздел 2) и компромиссных (раздел 3) функций распределения неопределенности. В результате использования этих алгоритмов также формируются варианты неопределенных величин для многовариантного моделирования.

Многомерные данные о техническом объекте, полученные в результате многовариантного моделирования представляются в графическом или табличном виде. Одним из наиболее эффективных способов исследования многомерных данных является графическое представление, однако визуализация возможна при наличии не более 3 измерений. В связи с этим необходимо использовать табличное представление данных с возможностью получения необходимых ЛПР «срезов» гиперкуба. Для анализа многомерных данных о проектируемом техническом объекте также могут использоваться методы, позволяющие сузить множество альтернативных проектных решений по синтезу параметров технического объекта [9].

2 Алгоритмы формирования критических вариантов функций распределения неопределенности

Критические варианты функций распределения неопределенности определяются для каждого неопределенного параметра ξ_q и отражают соответственно достижение «наилучших» и «наихудших» для ЛПР числовых характеристик функций от неопределенных параметров.

Разработан следующий алгоритм формирования критических вариантов функций распределения неопределенности:

Алгоритм 1.

Шаг 1: Создается упорядоченное множество, которое формируется из детерминированных значений x_k, k=1, ..., n, неопределенного параметра ξ_q.

$$x_k = \min_i x_{i1} + (k-1)\frac{(\max_i x_{in_i} - \min_i x_{i1})}{(n-1)},$$

где n – заданное количество точек дискретизации.

Шаг 2: Для каждого эксперта i, i=1, …, m на основе заданных им пар $(x_{i1}, a_{i1}), (x_{i2}, a_{i2}), ..., (x_{in_i}, a_{in_i})$ находится $\Phi_{\xi_q\, i}(x)$ – аппроксимация функции распределения неопределенности.

Шаг 3: Формируются два упорядоченных множества пар $A_{q\min}$ и $A_{q\max}$, состоящие из пар $(x_k, \alpha_{k\min})$ и $(x_k, \alpha_{k\max})$, k = 1, ..., n. Затем на их основе выполняется аппроксимация функций распределения неопределенности, т.е. для каждого неопределенного параметра ξ_q будет получено две функции – $\Phi_{\xi_q \min}(x)$ и $\Phi_{\xi_q \max}(x)$.

Значения $\alpha_{k\min}$ и $\alpha_{k\max}$ для каждого k ищутся в интервале $[\min_i \Phi_{\xi_q\, i}(x_k),\ \max_i \Phi_{\xi_q\, i}(x_k)]$ таким образом, чтобы при построении функций распределения неопределенности на основе $A_{q\min}$ и $A_{q\max}$ используемая для решения задачи синтеза параметров технического объекта числовая характеристика функции от неопределенных параметров достигала соответственно своих минимальных и максимальных значений. При этом должно выполняться условие, что если $x_1 \le x_2 \le ... \le x_n$, то $\alpha_{1\min} \le \alpha_{2\min} \le ... \le \alpha_{n\min}$ и $\alpha_{1\max} \le \alpha_{2\max} \le ... \le \alpha_{n\max}$.

Множества пар $A_{q\min}$ и $A_{q\max}$, используемых при формировании критических вариантов функций распределения неопределенности для числовых характеристик $E[f(\bar{\xi})]$, $inf_\alpha[f(\bar{\xi})]$, $sup_\alpha[f(\bar{\xi})]$ (детерминированные параметры считаются зафиксированными) при условии монотонности функции $f(\bar{\xi})$ по неопределенным параметрам, могут быть построены более простым способом.

Если $f(\bar{\xi})$ возрастает по неопределенному параметру ξ_q для $E[f(\bar{\xi})]$, $inf_\alpha[f(\bar{\xi})]$ или убывает для $sup_\alpha[f(\bar{\xi})]$:

$$A_{q\min} = \{(x_k, \alpha_{k\min}) \mid \alpha_{k\min} = \max_i[\Phi_{\xi_q\, i}(x_k)], k=1,...,n, i = 1,...,m\},$$

$$A_{q\max} = \{(x_k, \alpha_{k\max}) \mid \alpha_{k\max} = \min_i[\Phi_{\xi_q\, i}(x_k)], k=1,...,n, i = 1,...,m\}.$$

Если $f(\bar{\xi})$ убывает по неопределенному параметру ξ_q для $E[f(\bar{\xi})]$, $inf_\alpha[f(\bar{\xi})]$ или возрастает для $sup_\alpha[f(\bar{\xi})]$:

$$A_{q\min} = \{(x_k, \alpha_{k\min}) \mid \alpha_{k\min} = \min_i[\Phi_{\xi_q\, i}(x_k)], k=1,...,n, i = 1,...,m\},$$

$$A_{q\max} = \{(x_k, \alpha_{k\max}) \mid \alpha_{k\max} = \max_i[\Phi_{\xi_q\, i}(x_k)], k=1,...,n, i = 1,...,m\}.$$

Такой подход является обоснованным вследствие основного свойства монотонности определенного интеграла и условия монотонности вычисляемой функции по неопределенным параметрам.

Конец алгоритма 1.

Полученные в результате аппроксимации функции $\Phi_{\xi_q \min}(x)$ и $\Phi_{\xi_q \max}(x)$ используются при расчете числовых характеристик функции от неопределенных параметров. Критические варианты функций распределения неопределенности $\Phi_{\xi_q \min}(x)$ и $\Phi_{\xi_q \max}(x)$ являются пессимистическими или оптимистическими в зависимости от вида вычисляемых на их основе числовых характеристик и соответствующих им субъективных оценок – предпочтений ЛПР.

3 Алгоритмы формирования функций распределения неопределенности, обеспечивающих компромисс между мнениями экспертов

Для поиска функций распределения неопределенности, обеспечивающих компромисс между мнениями экспертов в работах [10, 11] предлагается применять подход, основанный на методе Дельфи. Его суть заключается в том, что для каждого неопределенного параметра методом наименьших квадратов производится аппроксимация функции распределения неопределенности на основе данных, полученных от всех экспертов группы. Затем функции, полученные в результате аппроксимации, используются в работе с экспертами для итерационного сближения их позиций. Конечный вариант функции распределения неопределенности считается компромиссным и используется для решения задачи синтеза параметров технического объекта.

Такой упрощенный подход к определению компромиссных функций распределения неопределенности не всегда подходит при решении задач синтеза параметров технических объектов, например, в случае, когда мнения экспертов могут значительно отличаться, но при этом объединяться в несколько однородных групп.

Предлагается формирование функций распределения неопределенности, обеспечивающих компромисс между мнениями экспертов, проводить в два этапа, включающих:

- группировку неопределенных величин, являющихся отражением мнений отдельных экспертов;
- формирование компромиссных функций распределения неопределенности для каждой выделенной группы экспертов.

Пусть каждый эксперт i задал неопределенную величину ξ_i=1, …, m, соответствующую некоторому неопределенному параметру технического объекта. Тогда группировка экспертных данных об этом неопределенном параметре может выполняться с использованием алгоритмов, основанных на известном способе вычисления расстояния между неопределенными величинами из теории неопределенности [8]:

$$d(\xi_i, \xi_j) = E[\left|\xi_i - \xi_j\right|],$$

$$d(\xi_i, \xi_j) = \int_0^1 \left|\Phi_{\xi_i}^{-1}(\alpha) - \Phi_{\xi_j}^{-1}(1-\alpha)\right| d\alpha, \qquad (2)$$

где ξ_i и ξ_j – неопределенные величины.

Разработан алгоритм кластеризации неопределенных величин ξ_i, i=1, …, m на фиксированное количество классов C_1, C_2, …, C_N, который основан на идеях метода k-means. В качестве центров кластеров используются неопределенные величины.

Алгоритм 2.

Шаг 1. Выбор ЛПР количества кластеров N.

Шаг 2. Выбор начальных центров кластеров.

Центром каждого кластера является неопределенная величина μ_j, j=1, …, N, заданная функцией распределения неопределенности $\Phi_{\mu_j}(x)$.

Для каждой неопределенной величины μ_j, являющейся центром кластера C_j, j=1, …, N, выбирается вид функции распределения неопределенности и вектор параметров $\overline{p}_j = (p_{j1}, p_{j2}, \ldots, p_{jn})$, задающий поведение этой функции в области ее определения.

Если выбирается линейная аппроксимация функции распределения неопределенности (1), то $\overline{p}_j = (\alpha_{j1}, \alpha_{j2}, ..., \alpha_{jn})$, где n – количество точек, для которых определяются значения функции распределения неопределенности α_{j1}, $\alpha_{j2}, \ldots, \alpha_{jn}$ в зафиксированных значениях x_{j1}, $x_{j2}, \ldots, x_{jn}$ неопределенного параметра.

В качестве центра кластера могут использоваться нормальная, логнормальная функции распределения неопределенности, полиномы высоких порядков.

Неопределенные величины ξ_i, i=1, …, m случайным образом распределяются по N классам. Затем методом наименьших квадратов оцениваются элементы векторов $\overline{p}_j$, j=1, …, N и таким образом выбираются начальные центры кластеров.

Шаг 3. Распределение неопределенных величин ξ_i, i=1, …, m по кластерам в соответствии с правилом: $\forall \xi_i, i = 1, ..., m : \xi_i \in C_j \Leftrightarrow j = \arg\min_k d(\mu_k, \xi_i)$, где $d(\mu_k, \xi_i) = \int_0^1 \left| \Phi^{-1}_{\mu_k}(\alpha) - \Phi^{-1}_{\xi_i}(1-\alpha) \right| d\alpha$ (следует из (2)).

Шаг 4. Изменение центров кластеров.

Определяются функции распределения неопределенности величин μ_i, j=1, …, N, которые становятся центрами кластеров. Для этого с использованием метода наименьших квадратов определяются параметры $p_{j1}, p_{j2}, \ldots, p_{jn}$ на основе всех экспертных данных $\xi_i \in C_j$.

Шаг 5. Проверка условия завершения алгоритма.

Алгоритм прекращает свою работу на итерации номер t, если $\forall j = 1, ..., N : d(\mu_j^t, \mu_j^{t-1}) = 0$,

иначе переход к шагу 3.

Данное условие обеспечивает прекращение работы алгоритма, если не происходит изменения центров кластеров.

Конец алгоритма 2.

Для формирования кластеров также разработан интерактивный алгоритм 3, позволяющий структурировать экспертные данные на основе информации о расстоянии между неопределенными величинами. Этот алгоритм основан на методе «корреляционных плеяд», в котором в качестве меры близости между анализируемыми объектами вместо коэффициента корреляции выступает расстояние между неопределенными величинами. Аналогичным образом можно использовать другие методы, позволяющие объединить параметры по наличию схожих зависимостей, например «вроцлавскую таксономию». Данный метод также позволяет построить связный граф, но обладает меньшими возможностями для визуализации близости неопределенных величин.

Алгоритм 3.

Шаг 1. Строится матрица расстояний между неопределенными величинами, каждая ячейка которой на пересечении i-го столбца и j-ой строки содержит вычисленное по формуле (2) расстояние между неопределенными величинами ξ_i и ξ_j (табл.).

Таблица 1. Матрица расстояний между неопределенными величинами

	ξ_1	ξ_2	…	ξ_i	…	ξ_m
ξ_1	$d(\xi_1, \xi_1)$	$d(\xi_1, \xi_2)$	…	$d(\xi_1, \xi_i)$	…	$d(\xi_1, \xi_m)$
ξ_2	$d(\xi_2, \xi_1)$	$d(\xi_2, \xi_2)$	…	$d(\xi_2, \xi_i)$	…	$d(\xi_2, \xi_m)$
…	…	…	…	…	…	…
ξ_j	$d(\xi_j, \xi_1)$	$d(\xi_j, \xi_2)$	…	$d(\xi_j, \xi_i)$	…	$d(\xi_j, \xi_m)$
…	…	…	…	…	…	…
ξ_m	$d(\xi_m, \xi_1)$	$d(\xi_m, \xi_2)$	…	$d(\xi_m, \xi_i)$	…	$d(\xi_m, \xi_m)$

Шаг 2. ЛПР задает пороговое значение от $\min_{i,j}(d(\xi_i, \xi_j))$ до $\max_{i,j}(d(\xi_i, \xi_j))$ и те неопределенные величины, расстояние между которыми не превышает заданный порог, объединяются в связный граф. Фактически неопределенные величины выступают в качестве узлов, а расстояние между ними определяет наличие или отсутствие связи. Посредством постепенного увеличения порогового значения строится последовательность графов (плеяд) (рис. 2).

По мере увеличения порогового значения количество связей между узлами будет увеличиваться, что позволяет ЛПР принять решение о группах неопределенных величин.

Конец алгоритма 3.

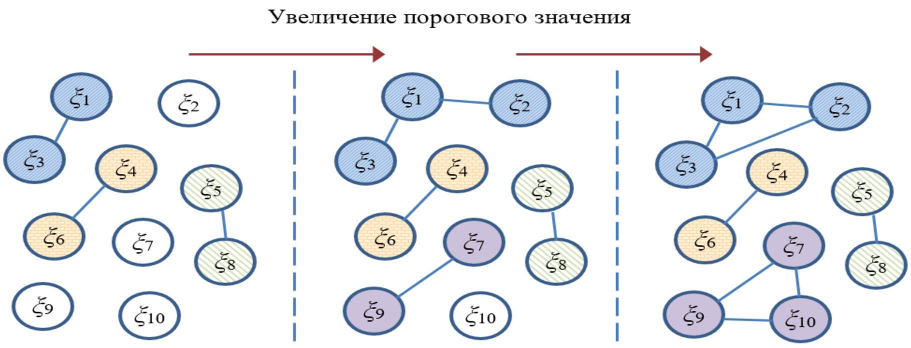

Рис. 2. Пример последовательности графов, формируемых при увеличении порогового значения для расстояния между неопределенными величинами

Применяя предлагаемые алгоритмы, ЛПР формирует группы неопределенных величин. Затем для каждой сформированной группы строятся компромиссные функции распределения неопределенности, которые являются входной информацией для алгоритмов расчета числовых характеристик функций от неопределенных параметров.

Заключение

С использованием теории неопределенности разработана схема многовариантного моделирования при предварительном проектировании технических объектов в условиях параметрической неопределенности. В рамках этой схемы разработаны алгоритмы для подготовки данных к многовариантному моделированию, позволяющие на основе экспертной информации сформировать множество функций распределения неопределенности, определяющих альтернативные варианты проектных решений. Эти функции распределения неопределенности требуются для построения гиперкуба данных, в котором отражена многомерная информация о проектируемом техническом объекте. Многовариантное моделирование не является строго формализованной процедурой, но позволяет ЛПР исследовать множество альтернативных проектных решений, лучше понять прикладную задачу синтеза параметров технического объекта, уточнить цели проектирования и исходные данные.

Литература

1. *Uryasev S., Pardalos P.* Stochastic Optimization: Algorithms and Applications. Springer: US. – 435 p.
2. *Maji P.K., Biswas R., Roy A.R.* Soft Set Theory // Computers & Mathematics with Applications. Vol. 45. 2003. – P. 555-562.
3. *Вагенкнехт М., Язенин А.В.* Возможностная оптимизация. Тверь : ТвГУ. 2012. – 140 с.
4. *Alefelda G., Mayer G.* Interval Analysis: Theory and Applications // Journal of Computational and Applied Mathematics. Vol. 121. 2000. – P. 421-464.
5. *Hájek A.* Interpretations of Probability // The Stanford Encyclopedia of Philosophy. 2019. – URL: https://plato.stanford.edu/entries/probability-interpret/.
6. *Zimmerman H-J.* Fuzzy Set Theory and Applications. 4-th Rev. ed. Boston: Kluwer Academic Publishers. 2001. – 525 p.
7. *Qin H., Max A.* Complete Model for Evaluation System Based on Interval-Valued Fuzzy Soft Set // IEEE Access. Vol. 6. 2018. – P. 35012-35028.
8. *Liu B.* Uncertainty Theory. 4-nd ed. Berlin : Springer-Verlag. 2015. – 487 p.
9. *Ногин В.Д.* Принятие решений в многокритериальной среде: количественный подход. – М.: ФИЗМАТЛИТ. 2002. – 144 с.
10. *Haiying G., Xiaosheng W.* Delphi Method for Estimating Membership Function of Uncertain Set // Journal of Uncertainty Analysis and Applications. Vol. 4(3). 2016. – URL: https://juaa-journal.springeropen.com/articles /10.1186/s40467-016-0044-1.
11. *Jinwu G.* Delphi Method for Estimating Uncertainty Distributions // Proceedings of the First International Conference on Uncertainty Theory. Urumchi. China. 2010. – P. 291-297.